

Metodické materiály k súťažným úlohám
23. ročníka Turnaja mladých fyzikov
školský rok 2014/2015



Vydané s príspevím Ministerstva školstva, vedy výskumu a športu
Slovenskej republiky

Úvod

Práve ste začali čítať metodické materiály k aktuálnemu ročníku súťaže Turnaj mladých fyzikov. Ich **cieľom je oboznámiť vás s fyzikálnou podstatou tohtoročných úloh** a dať vám námety na prácu.

Úlohy Turnaja mladých fyzikov sú "open ended", teda z ich zadania obvykle nie jasné, čo konkrétne má byť výsledkom vašej práce. Obvykle sa žiada "preskúmať a vysvetliť" nejaký jav. To nie je možné bez štúdia dostupnej literatúry, konzultácií s odborníkmi, urobenia experimentov, pri ktorých sa jav pozoruje za rôznych podmienok, formulovania hypotézy vysvetľujúcej jav a podpory tejto hypotézy experimentmi. Dôležitou časťou vašej práce je aj samotná súťaž, v ktorej musíte v časovom limite predstaviť vaše riešenie úlohy a obhájiť ho pred súpermi a odbornou porotou. Súťaž teda simuluje skutočnú vedeckú prácu, čím je unikátna.

Na uľahčenie začiatku vašej práce sme požiadali odborníkov o spracovanie krátkeho odborného materiálu ku každej zo sedemnástich úloh. Získate tak základnú predstavu o ich podstate, často krát sa dozviete aj typické podmienky, za ktorých je možné jav pozorovať. Ak k téme je dostupná literatúra, je uvedená. K niektorým úlohám sú pridané aj základné teoretické vysvetlenia javu a na konci sú uvedené námety na prácu (aké experimenty a s akým cieľom urobiť, možnosti teoretického skúmania javu a podobne). Ako som spomínal už vyššie, úlohy majú otvorený koniec, pripravený **metodický materiál odráža predbežný názor** príslušného odborníka, rozhodne ho **nemožno považovať za riešenie úlohy**. Počas vašej práce sa môže ukázať, že jav je ovplyvnený aj iným (v materiáli nespomínaným) faktorom, že dokážete pripraviť iný (a často lepší) experiment, nájsť iné teoretické vzťahy a podobne. Tak to je správne a má to tak byť. To, s akým riešením nakoniec prídete, má závisieť iba na vašej práci.

Za prípravu tohto materiálu by som chcel poďakovať všetkým autorom, ďalej IUVENTE, ktorá ju finančne podporila, a osobitné poďakovanie patrí kolektívu ľudí okolo RNDr. Mariána Kíreša, PhD. z UPJŠ v Košiciach, ktorí materiál upravili do konečnej podoby.

František Kundracik
FMFI UK Bratislava
predseda odbornej komisie TMF

1. Granulárny materiál

Spracoval doc. RNDr. Richard Hlubina, DrSc.

Zadanie úlohy

Obsadenie priestoru granulárnymi časticami závisí od ich tvaru. Nasypťte asférické častice, ako napríklad ryžu, zápalky alebo cukríky, do krabice. Ako závisia vlastnosti systému, napríklad koordinačné číslo, parameter usporiadania alebo podiel častíc na celkovom objeme od relevantných parametrov?

Na túto tému existuje prekvapivo bohatá literatúra. Výber prác možno nájsť napríklad v návodoch [1], kde sa tiež zdôrazňuje, že cieľom turnaja nie je znovu objaviť koleso. Preto som sa pokúsil stručne zhrnúť, čo sa o téme vie. Kvôli prehľadnosti som poznámky rozdelil na tri relatívne nezávislé časti. Vopred však upozorňujem, že tento text treba čítať so značnou dávkou podozrievavosti: na jednej strane nie som v danej oblasti expert a na druhej strane poznatky sú stále vo vývoji.

Geometrické aspekty rozmiestnenia častíc

V tejto časti budem predpokladať, že vzorka (t.j. krabica s nejakou rozmiestnenými časticami) je už pripravená a budem sa zaoberať otázkou, ako možno toto rozmiestnenie popísať. Najľahšie možno definovať tzv. plnenie $\varphi = \frac{V_{obs}}{V_{tot}}$, kde V_{obs} je objem obsadený časticami a V_{tot} je celkový objem nádoby. Objem V_{obs} pritom možno určiť napríklad z prírastku hmotnosti vzorky po vložení častíc (ak je známa hustota častíc), alebo zmeraním objemu vzduchových medzier (zaplnením vzorky vodou a zmeraním jej objemu). Druhú z metód zjavne nemožno použiť, ak majú častice nasiakavý povrch. Ak chceme detailnejšie pochopiť, čo spôsobuje rôzne hodnoty plnenia φ v rôznych vzorkách, musíme sa bližšie pozrieť na rozmiestnenie častíc vnútri vzorky. Často používanou veličinou je koordinačné číslo, t.j. počet častíc, ktorých sa daná častica dotýka. Tento počet samozrejme nemusí byť rovnaký pre všetky častice a zaujíma nás jeho stredná hodnota. Koordinačné číslo nemožno určiť priamym pozorovaním, pretože na krajoch vzorky je jeho hodnota znížená. V literatúre sa autori do vnútra vzorky pozerajú pomocou komerčných lekárskeho zobrazovacích techník. Dostupnejšou alternatívou je zaliať vzorku vodou a nechať ju zmrznúť. Častice zostanú fixované v ľade, ktorý možno krájať na plátky a takto skúmať ich rozmiestnenie. Ďalšou veličinou spomínanou v slovenskom zadaní je parameter usporiadania, čo je trochu nešťastný preklad anglického „orientational order“. Má sa tu na mysli, že nesférické častice (napríklad lentilky) by mohli byť prednostne natočené rovnakým smerom. Predpokladajme, že rotačné osi lentiliiek sú prednostne usporiadané v smere n . O tom, či je takéto orientačné usporiadanie naozaj prítomné, rozhodneme nasledovne. Ak uhol medzi i -tou lentilkou a smerom n označíme θ_i , potom usporiadanie je prítomné, ak veličina (tzv. parameter usporiadania)

$$S = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\cos^2 \theta_i - \frac{1}{3} \right) \quad (1.1)$$

nadobúda konečne veľkú kladnú hodnotu. Napríklad pre dokonale usporiadané lentilky, kedy $\theta_{i,j} = 0$ pre všetky i, j , by sme dostali $S = 1$. Parameter usporiadania S možno (aspoň v princípe a so značnou dávkou trpezlivosti) zmerať pomocou už spomínanej techniky fixácie v ľade.

Závislosť geometrie od spôsobu prípravy vzorky

V tejto časti budem predpokladať, že typ častíc je pevne zvolený a budem skúmať závislosť geometrie vzorky, najmä plnenia φ , od spôsobu prípravy vzorky. Pre konkrétnosť budem predpokladať, že častice majú tvar gúľ. Podľa Keplerovej hypotézy najvyššiu hodnotu plnenia $\varphi \approx 0,7405$ možno dosiahnuť pravidelným usporiadaním gúľ v tzv. tesnom usporiadaní. Otázkou je, akú hodnotu φ možno dosiahnuť náhodným vhadzovaním gúľ do krabice. Podľa teórie [2] budú gule bez trenia tiecť pre všetky hodnoty $\varphi < \varphi_J$, kde φ_J je kritická hodnota plnenia pre zápchy (jamming). Po dosiahnutí hodnoty $\varphi_J \approx 0,64$ však gule prestanú tiecť, pretože si začnú navzájom prekážať v pohybe. Gule, ktoré prilietavajú po tomto okamihu, nebudú vzorku ďalej zahusťovať, ale zväčšovať jej objem. Preto vzorky pripravené náhodne by mali mať hodnotu plnenia φ_J . Experimentálne možno obvykle pripraviť náhodné vzorky v konečnom intervale plnenia. Horná hranica tohto intervalu sa z historických dôvodov nazýva náhodným tesným usporiadaním a jej hodnota dobre súhlasí s hodnotou φ_J . Stabilita vzorky pri menších plneniach sa vysvetľuje ako dôsledok trenia medzi časticami. Vzorka je stabilná pri tým nižších plneniach, čím je trenie oproti gravitácii silnejšie. Veľkosť gravitácie možno efektívne znížiť ponorením častíc do kvapaliny s hustotou blízkou hustote častíc. Tak možno pripraviť vzorky s malými hodnotami plnenia. Napríklad v práci [3] boli pripravené vzorky s plnením $\varphi_{\min} \approx 0,55$ (tzv. náhodné voľné usporiadanie). Kvôli prítomnosti trenia teda pozorovaná maximálna hodnota plnenia $\varphi_{\max}$ závisí od experimentálnych podmienok: častice prestanú tiecť už pri $\varphi_{\max} < \varphi_J$. Aby sme zvýšili hodnotu $\varphi_{\max}$, musíme častice dostať von z upchatého stavu, obvykle tak, že vzorkou zatrasíme. Pri automatizovaných experimentoch možno skúmať závislosť pozorovaného plnenia $\varphi_{\max}$ od amplitúdy, frekvencie, prípadne smeru kmitania vzorky, ako aj od hustoty prítoku častíc. Jednou zo zaujímavých otázok je, ako zvoliť experimentálny protokol (t.j. postup) tak, aby sa hodnota $\varphi_{\max}$ čo najviac blížila k φ_J .¹

Nakoniec poznámka o vyhodnocovaní geometrie vzorky. V blízkosti stien nádoby je rozloženie častíc iné, ako vo vnútri vzorky. Aby sme minimalizovali vplyv povrchov na skúmané veličiny, je vhodné skúmať vzorky s čo najväčším počtom častíc N . V takom prípade sa totiž v blízkosti stien nádoby nachádza rádovo $N^{2/3}$ častíc, čo je omnoho menej ako počet častíc vnútri vzorky, t.j. N . V precíznych štúdiách autori študovali skúmané veličiny ako funkcie N a extrapoláciou týchto funkcií pre $N \rightarrow \infty$ získali odhady nezaťažené povrchovou chybou.

Závislosť geometrie od voľby častíc

¹ Stojí za zmienku, že v istom intervale protokolov bol v práci [4] dokonca pozorovaný rast Keplerovho kryštálu, hoci prítok častíc bol náhodný!

Napokon sa dostávame k voľbe častíc. Zadanie chápem tak, že máme skúmať jeden druh častíc s malým rozptylom rozmerov. Častíc potrebujeme veľa, aby sme minimalizovali povrchové javy. Osobne by som dal prednosť jednoduchým dobre definovaným tvarom s minimálnym rozptylom rozmerov ako napr. lentilky (rotačné elipsoidy), tic-tac (sférocyindre), hracie kocky. Rotačné elipsoidy patrili medzi prvé skúmané nesférické častice. V práci [5] sú veľmi detailne experimentálne preskúmané lentilky v blízkosti plnenia φ_J . Navyše, numericky boli simulované rotačné elipsoidy v širokom intervale pomerov polosí. V práci [5] som však nepostrehol meranie $\varphi_{\min}$, bolo by ho teda možné doplniť. Nedá sa však vylúčiť, že v niektorom z novších článkov boli podobné merania urobené. Kocky spolu s inými tzv. Platónovými telesami boli podrobne experimentálne skúmané v práci [6]. Autori skúmali plnenia φ_J a $\varphi_{\min}$, ako aj závislosť výsledkov od frekvencie mechanických oscilácií. Ich výsledky by pravdepodobne bolo možné doplniť o meranie koordinačného čísla, prípadne parametra orientačného usporiadania. V literatúre bolo skúmaných pomerne veľké množstvo ďalších tvarov častíc, pozri napríklad nedávnu prácu [7]. Originalitu teda voľbou tvaru dosiahneme pomerne ťažko. Pravdepodobne schodnejšou cestou je skúmať vzorky v blízkosti plnenia $\varphi_{\min}$ a zamerať sa pritom na závislosť výsledkov od detailov experimentálneho protokolu. Zaujímavé môžu byť aj údaje o lokálnej štruktúre (napr. koordinačnom čísle) v blízkosti plnenia $\varphi_{\min}$.

Použitá literatúra

- [1] I. Martchenko et al., IYPT reference kit, <http://kit.ilyam.org>
- [2] C. S. O'Hern et al., Phys. Rev. E 68, 011306 (2003)
- [3] M. Jerkins et al., Phys. Rev. Lett. 101, 018301 (2008)
- [4] O. Pouliquen et al., Phys. Rev. Lett. 79, 3640 (1997)
- [5] A. Donev et al., Science 303, 990-993 (2004)
- [6] J. Baker and A. Kudrolli, Phys. Rev. E 82, 061304 (2010)
- [7] A. Baule et al., DOI: 10.1038/ncomms3194 (2013)
- [8] K citovaným článkom sa možno dostať buď na stránkach ich autorov, alebo aj (po zaplatení symbolického poplatku) na stránke <http://www.cvtisr.sk>.

2. Oblak dymu

Spracovala Mgr. Lucia Mišianiková

Zadanie úlohy

Po zakrytí sviečky jej plameň zhasne a vytvorí sa stabilný stúpajúci prúd dymu. Preskúmajte oblak dymu pri rôznych zväčšeniach

Popis základného problému

Zostavenie aparatury a prevedenie experimentu je jednoduché. Na vodorovnú podložku umiestnime sviečku, zapálime knôtu a takto horiacu sviečku prikryjeme priehľadným pohárom, aby sme mohli pozorovať proces zhasínania sviečky. Pre jednoduchšie narábanie môžeme prevedenie experimentu pozmeniť a sviečku už na začiatok umiestniť do priehľadného pohára, ktorého otvorený vrch počas horenia sviečky prikryjeme vrchnákom, alebo inou platňou. V dôsledku znižovania množstva kyslíka, ktorý podporuje horenie, plameň sa začne pomaly zmenšovať až nakoniec zhasne a vytvorí sa stúpajúci prúd dymu.

Ako horí sviečka?

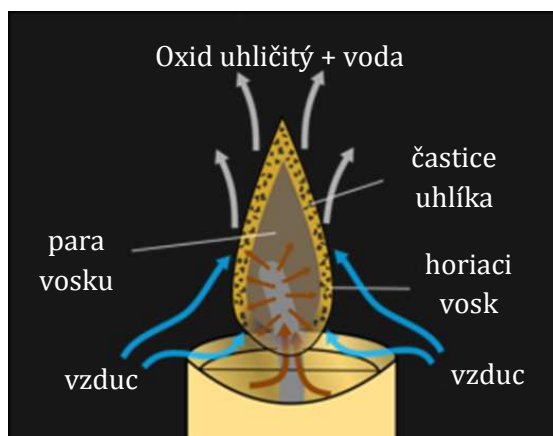
Úlohou je preskúmať oblak dymu vzniknutého pri zhasnutí sviečky pri rôznych zväčšeniach.

K popisu zloženia dymu budeme vychádzať zo samotného procesu horenia sviečky. Súčasťou dymu by mali byť produkty vzniknuté spaľovaním reaktantov. Popíšme si teda, ako horí sviečka.

Všetky vosky sú v podstate uhl'ovodíky, čo znamená, že sa z veľkej časti skladajú z atómov uhlíka a vodíka. Keď zažnete sviečku, teplo plameňa tavia vosk blízko knôtu. Tento tekutý vosk sa potom vstrebaáva do knôtu. Teplo plameňa odparuje tekutý vosk (premieňa ho na horúci plyn) a uhl'ovodík sa začne rozkladať na vodík a uhlík. Tieto výpary sú vtiahnuté do plameňa, kde reagujú s kyslíkom vo vzduchu a vytvárajú teplo, svetlo, vodnú paru (H_2O) a oxid uhličitý (CO_2). Proces horenia môžeme zapísať rovnicou 2.1.

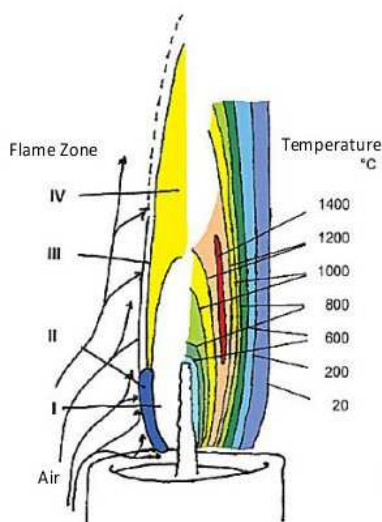


Spočiatku trvá niekoľko minút kým sa po zapálení sviečky stabilizuje spaľovací proces. Plameň zatiaľ môže trochu blikáť, alebo dymiť, ale ako náhle sa proces stabilizuje, tak plameň bude horieť čisto a pokojne v tvare slzy, ktorý uvoľňuje oxid uhličitý a vodnú paru. Pokiaľ má ale plameň príliš veľa vzduchu, alebo paliva, môže blikáť alebo praskať a nespálené častice uhlíka (sadze) uniknú z plameňa ešte predtým ako môžu byť úplne spálené. Pramienok dymu ktorý niekedy vidíte keď plameň sviečky bliká sú v skutočnosti nespálené častice sadzí, ktoré unikli z plameňa v dôsledku neúplného spaľovania. Proces horenia sviečky je znázornený na obrázku (obr. 2.1).



Obr. 2.1: Reaktanty a produkty vzniknuté počas horenia sviečky

Obrázok (Obr 2.2) znázorňuje rozdelenie plameňa sviečky na štyri základné zóny – tmavú, modro-zelenú, mierne svetelnú a svetložltú až svetlú. Jednotlivé oblasti plameňa sviečky dosahujú rôzne hodnoty teplôt až do 1400 °C a viac.



I – tmavá zóna vo vnútri plameňa, kde dochádza k štiepeniu parafrínových molekúl

II – modro-zelená svetelná oblasť, hlavná reakčná zóna pozdĺž bočných a spodných hrán plameňa

III – mierne svetelná časť reakčnej zóny nachádzajúca sa v horných a vonkajších hranách

IV – svetložltá a svetlá zóna, rozširuje sa od stredu k viditeľnej špičke plameňa

Obr. 2.2: štyri základné zóny plameňa sviečky

Čo pozorujeme po zhasnutí sviečky?

Ako veľké častice vznikajú pri horení sviečky? Pevné uhlíkové častice vo svetelnom pásme sú vo veľkosti 10 – 200 nanometrov. Ak sviečka dymí, pevné častice sa uvoľňujú plameňom a väčšina z nich je väčšia ako 50 nm.

V dôsledku znižovania prívodu kyslíka počas horenia plameň sviečky hasne. Dochádza tak k nedokonalému horeniu, unikajú nespálené sadze a pary vosku stúpajúce v prúde teplého vzduchu. Tie sa prejavajú aj skondenzovaním pary na vnútornej stene pohára.

Čo s úlohou?

Riešenie úlohy sme navrhli na základe procesu samotného horenia sviečky. Zloženie vzniknutého oblaku dymu pripisujeme produktom horenia pri dokonalom, či menej dokonalom spaľovaní sviečky. Úlohou je však preskúmať daný jav pri rôznych zväčšeniach. To je možné dosiahnuť videozáznamom s maximálnym priblížením a zaostrením na detaily, alebo k snímaniu oblaku dymu použiť mikroskop (navrhovaný USB Proscope) s 50 a 100-násobným priblížením.

Je vhodné urobiť merania a vyvodiť závery pri zmene parametrov ako je použitie rôznych druhov sviečok (vosková, gélová) a rôzne priemery knôtu.

Použitá literatúra

- [1] Walker, J. The Physics and Chemistry Underlying the Infinite Charm of a Candle Flame, *April, 1978*
- [2] <http://osvieckach.webnode.sk/news/ako-horia-sviecky-/>
- [3] <http://www.thenakedscientists.com/HTML/content/kitchenscience/exp/25aeab656d/>
- [4] <http://blogs.scientificamerican.com/but-not-simpler/files/2013/07/Candle-12.jpg>

3. Umelý sval

Spracoval doc. RNDr. Richard Hlubina, DrSc.

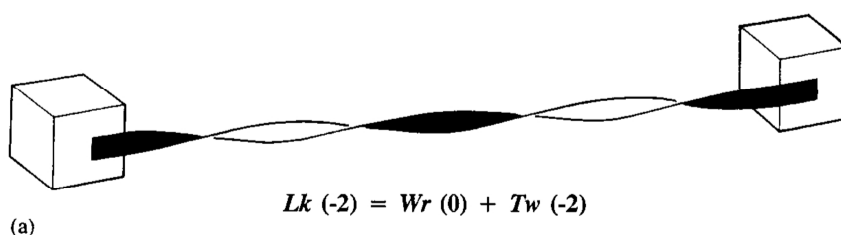
Zadanie úlohy

Pripevnite polymérové rybárske lanko k vŕtačke a natiahnite ho. Lanko pri navíjaní vytvorí tesné slučky podobné pružine. Zahrejte lanko, aby ste zafixovali tento tvar. Ak ho potom opätovne zahrejete, stiahne sa. Preskúmajte takýto "umelý sval".

Pred riešením úlohy si odporúčam pozrieť videá a populárne články, ktoré lepšie ozrejmi, o aký efekt sa jedná. Odkazy na ne možno nájsť v návodoch [1]. Takmer identická úloha bola detailne skúmaná v nedávnej práci [2] a v tomto texte sa pokúsim o zjednodušený výklad tohto článku. Navrhmem tiež niekoľko smerov, ktorými možno prácu [2] ďalej rozvinúť.

Výroba pružiny

Predpokladajme, že nedeformované lanko je priamočiare a nie je skrútené pozdĺž svojej osi. Akákoľvek odchýlka od takéhoto tvaru bude spojená s prírastkom energie. Budeme sa zaoberať dvomi typmi deformácie: lanko sa môže krútiť pozdĺž svojej osi, alebo lanko nemá priamočiary smer a ohýba sa. Prvý typ deformácie nazývame krútením (twist) a druhý typ zvíjaním (writhe).



Obr. 3. 1: Obrázok prevzatý z [3] ukazuje, že deformáciu dvakrát prekrútenej pásky ($Lk = -2$) natiahnutej medzi (posúvateľnými) koncovými kockami možno interpretovať buď (a) ako čisté krútenie, alebo (b) ako čisté zvíjanie. Lahko nahliadneme, že páska sa môže nachádzať aj v stave, ktorý obsahuje krútenie aj zvíjanie. Dá sa pritom ukázať, že vo všetkých mysliteľných stavoch pásky je súčet vhodne kvantifikovaného krútenia $T\omega$ a zvíjania Wr konštantný, $T\omega + Wr = Lk$.

Ak lanko vhodne napínáme a na koncoch protibežne krútime okolo osi, pri malých hodnotách Lk sa lanko bude nachádzať v stave s čistým krútením, po prekročení kritickej hodnoty Lk sa v ňom však začnú tvoriť závit pružiny. Ak lanko po jeho úplnom zaplnení závitmi vyhrejeme na dostatočne dlhú dobu, deformácie v jeho vnútri sa tepelným pohybom "zahoja" a po odpojení od vŕtačky lanko zostane v tvare pružiny.

Experimenty z práce [2] sa týkajú takejto pružiny. Treba si uvedomiť, že pri takýchto experimentoch je pružina nedeformovaným stavom vlákna.

Teplotná rozťažnosť pružiny

Hlavným výsledkom práce [2] je, že teplotná rozťažnosť pružiny γ_{pruz} je záporná² a zhruba o rád väčšia než rozťažnosť γ nedeformovaného lanka. Rozťažnosť takéhoto lanka je pritom obvykle tiež záporná. Tento fakt je jednoduchým dôsledkom toho, že organické lanká pozostávajú z dlhých molekúl naukladaných prevažne pozdĺž lanka. Ak totiž viac-menej rovnú molekulu zahrejeme, bude vykonávať tepelné kmity v smeroch kolmých na vlastnú os, čím sa priemet takejto molekuly do smeru pozdĺž osi lanka nutne skráti. Ďalším dôsledkom zahriatia je zjavne aj rast priečneho prierezu vlákna.

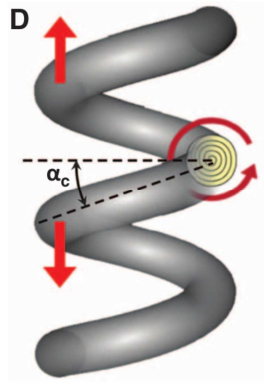
Veľkú hodnotu teplotnej rozťažnosti pružiny γ_{pruz} vysvetľujú autori práce [2] tým, že ak skúmaná pružina má konce fixované proti otočeniu, potom pri náraste teploty musí byť súčet zmien krútenia ΔT a zvlínania ΔW nulový. Ďalej argumentujú, že zmena sa deje ako nárast zvlínania $\Delta W > 0$ a súčasný pokles krútenia $\Delta T < 0$, čo podľa Obr. 3.1 implikuje skrátenie pružiny. Hoci tento argument pomerne robustne vysvetľuje znamienko teplotnej rozťažnosti pružiny γ_{pruz} , domnievam sa, že nevysvetľuje jej veľkosť. Odhad veličiny γ_{pruz} môžeme urobiť nasledovne. Podľa Obr. 3.2 pre dĺžku pružiny platí $L = DN \tan \alpha$, kde D je priemer závitov a N je počet závitov. Podobne pre dĺžku vlákna platí: $l = \frac{\pi DN}{\cos \alpha}$.

Predpokladajme, že pri náraste teploty sa počet závitov nezmení, dĺžka vlákna sa zmení o Δl a priemer závitov o ΔD . Potom pre zmenu dĺžky pružiny ΔL môžeme odvodiť vzťah

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \left(\frac{\Delta l}{l} - \cos^2 \alpha \frac{\Delta D}{D} \right) \quad (3.1)$$

V polymérnom vlákne očakávame, že pri náraste teploty je $\Delta l < 0$ a $\Delta D > 0$. Preto pružina sa skráti a γ_{pruz} je oproti γ navýšené aspoň faktorom $\frac{1}{\sin^2 \alpha}$. Otázkou je, či tento faktor je dostatočne veľký nato, aby vysvetlil experimentálne dáta. Ak nie, bude treba modifikovať teóriu. Prirodzeným ďalším krokom by bolo preskúmať (experimentálne a teoreticky) predpoklad o nemennosti N pri zahrievaní.

² Máme tu na mysli tzv. homochirálnu pružinu, v ktorých chiralita (točivosť) krútenia a chiralita závitov sú rovnaké.



Obr. 3. 2: Obrázok prevzatý z [2] ukazuje časť pružiny s uhlom stúpania α . Upozorňujem, že písmeno D v obrázku nemá nič s priemerom závitú D !

Stlačiteľnosť pružiny

Podľa práce [2] je Youngov modul pre pružinu E_{pruz} oveľa menší než Youngov modul nylonu $E \approx 2 - 4 \text{ GPa}$ [4]. Napríklad pružina s pomerom priemerov závitú a vlákna $C = \frac{D}{d} = 1,7$ má podľa obrázku 2D v [2] Youngov modul iba $E_{pruz} \approx 100 \text{ MPa}$. V článku sa tento fakt nekommentuje. Myslím si však, že by si zasluhoval krátky komentár. Keďže pružina obsahuje okrem vlákna aj voľný priestor, je prirodzené, že pre jej modul platí $E_{pruz} \ll E$. Navyše tuhosť pružiny závisí od šmykového modulu pružnosti vlákna G , pretože deformácia pružiny sa deje šmykovou deformáciou vlákna. Pre tuhosť pružiny použijeme nasledovný inžiniersky odhad [5]

$$k \approx \frac{Gd^4}{8D^3N}. \quad (3.2)$$

Ďalej využijeme, že tlak v [2] je definovaný ako podiel sily a prierezu vlákna $\frac{\pi d^2}{4}$. Ak navyše použijeme vzťah $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ medzi šmykovým modulom pružnosti G , Youngovým modulom E a Poissonovou konštantou ν , pre Youngov modul pružiny E_{pruz} napokon dostaneme odhad

$$\frac{E_{pruz}}{E} \approx \frac{\tan \alpha}{4\pi(1+\nu)C^2}. \quad (3.3)$$

Mohlo by byť zaujímavé overiť, nakoľko dobre tento výsledok súhlasí s nameranými dátami.

Použitá literatúra

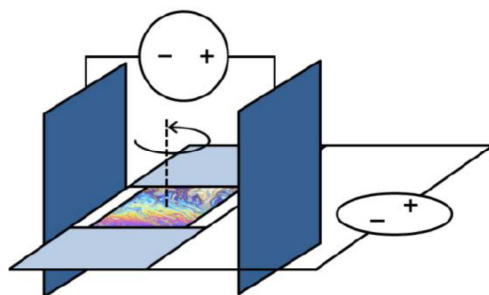
- [1] I. Martchenko et al., IYPT reference kit, <http://kit.ilyam.org>
- [2] Carter S. Haines et al., Science 343, 868 (2014)
- [3] G.H.M. van der Heijden and J.M.T. Thompson, Nonlinear Dynamics 21, 71 (2000)
- [4] http://www.engineeringtoolbox.com/young-modulus-d_417.html
- [5] C.L. Dym, ASME Journal of Mechanical Design 131, 071004 (2009)
- [6] K citovaným článkom sa možno dostať buď na stránkach ich autorov, alebo aj (po zaplatení symbolického poplatku) na stránke <http://www.cvtisr.sk>.

4. Blanový motor

Spracoval doc. RNDr. František Kundracik, CSc

Zadanie úlohy

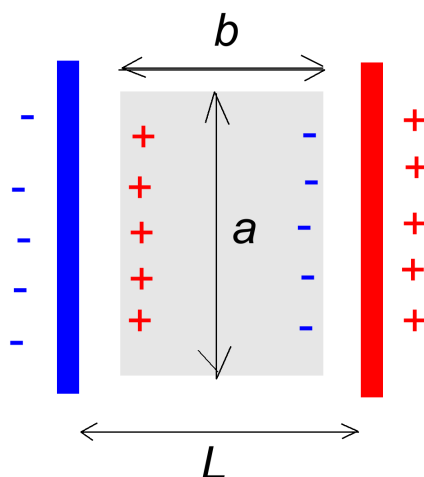
Vytvorte mydlovú blanu na plochom ráme. Potom rám vložte do elektrického poľa paralelne so siločiarami a nechajte blanou pretekať elektrický prúd. Preskúmajte a vysvetlite vzniknutú rotáciu blany.



Obr.4. 1: Schéma experimentu

Prečo kvapalina v blane začne rotovať?

Prvou nutnou podmienkou, ktorá zabezpečí rotáciu kvapaliny, je umiestnenie blany do vonkajšieho elektrického poľa medzi dve platne (na obr. 4. 1 vpravo a vľavo). Platne sa blany elektricky nedotýkajú. Priložením elektrického napätia na platne začne na ióny nachádzajúce sa vo vode pôsobiť elektrická sila (obr. 4. 2). Pri zápornej platni vznikne prebytok kladných iónov a naopak. Samozrejme, v celom objeme blany stále zostáva veľké množstvo kladných i záporných iónov, ale v blízkosti platní bude mierny prebytok iónov príslušnej polarita.



Obr.4. 2: Presun iónov v kvapaline v dôsledku vonkajšieho elektrického poľa

Ak je vzdialenosť medzi platňami L a na platniach je naložené napätie U_0 , potom v oblasti stredu blany platne vytvárajú elektrické pole $E_0 = U_0/L$. Náboje (ióny) sa budú

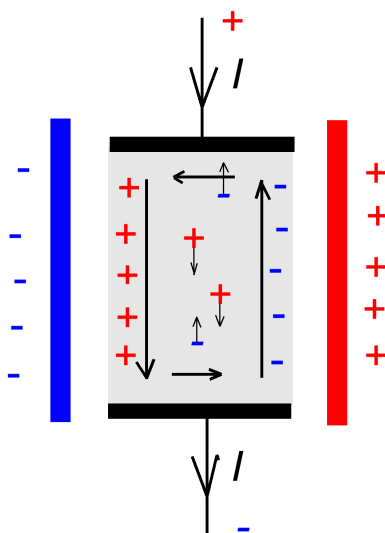
presúvať dovtedy, kým súčet poľa E_0 a poľa vytvoreného presunutými nábojmi nebude nulový. Keďže pole od náboja Q umiestneného na jednej čiare dĺžky a je približne $E=Q/(2\pi\epsilon_0 r)$, v strede blany by malo približne platiť

$$\frac{U_0}{L} = 2 \frac{\Delta Q}{2\pi\epsilon_0 a \frac{L}{2}} \quad (4.1)$$

$$\Delta Q = \frac{\pi\epsilon_0 a}{2} U_0 \quad (4.2)$$

kde ΔQ je prebytok náboja jednej polarít pri platni a ϵ_0 je permitivita vákua.

Druhou nutnou podmienkou pre vznik otáčania kvapaliny je prúd prechádzajúci blanou. Ióny sa začnú pohybovať smerom k príslušnej elektróde, kladné ku zápornej elektróde a naopak (obr. 4. 3). Keďže v strede blany je koncentrácia iónov oboch polarít približne rovnaká, makroskopický pohyb bude v tejto oblasti prakticky nulový. V blízkosti platní (vpravo a vľavo) je ale prebytok iónov jednej polarít. Preto bude prevládať pohyb iónov jedným smerom a vznikne makroskopické prúdenie kvapaliny.



Obr.4. 3: Pohyb iónov v kvapaline pri pretekaní elektrického prúdu a vznik makroskopického prúdenia

Ak je merný elektrický odpor vody ρ , potom elektrický odpor blany je $R = (\rho a)/(bh)$, kde h je hrúbka blany. Na blane je teda elektrické napätie $U = RI$, odkiaľ dostávame

$$I = \frac{bh}{\rho a} U \quad (4.3)$$

V blane je teda elektrické pole $E = U/a$ a na prebytok náboja ΔQ pôsobí celková elektrická sila o veľkosti

$$F = \Delta Q E = \Delta Q \frac{U}{a} \quad (4.4)$$

Medzi pohybujúcimi sa iónmi a kvapalinou pôsobí viskózna sila. V ustálenom stave (konštantná rýchlosť pohybu iónov) sú obe sily v rovnováhe, preto rovnaká sila F bude aj urýchľovať kvapalinu a vyvolávať jej rotáciu. Očakávame (keďže aj proti rotácii kvapaliny budú pôsobiť viskózne sily), že rýchlosť rotácie blany je priamoúmerná urýchľujúcej sile:

$$v \propto \Delta Q \frac{U}{a} \quad (4.5)$$

Kvapalina sa rozprúdi do kruhového pohybu s polomerom dráhy približne $a/2$ (ak $a \approx b$). Uhlová rýchlosť pohybu kvapaliny teda bude približne

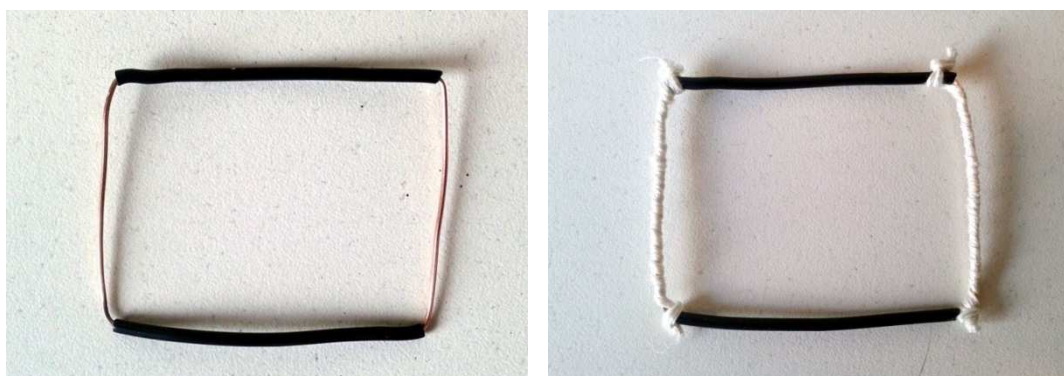
$$\omega = \frac{v}{\frac{a}{2}} = \frac{2\Delta QU}{a^2} = \frac{2 \frac{\pi \epsilon_0 a}{2} U_0 U}{a^2} \quad (4.6)$$

$$\boxed{\omega \propto \frac{U_0 U}{a} = E_0 U} \quad (4.7)$$

kde E_0 je intenzita elektrického poľa vytvoreného platňami. Vidíme, že rýchlosť otáčania by mala byť priamoúmerná súčinu napätí priložených na platne a na blanu. Stačí odpojiť jedno z týchto napätí a pohyb zastane. Navyše sa zdá, že rýchlejšie by sa mali otáčať blany menších rozmerov (pri zachovaní napätí oboch zdrojov), lebo sa tak vytvorí silnejšie elektrické pole.

Experimentálna aparatura

Rámik na blanu možno jednoducho urobiť tak, že z dvoch kúskov drôťkov obalených plastovou izoláciou túto izoláciu stiahneme. Potom konce drôťkov ohneme do pravého uhla a zasunieme do stiahnutých izolácií (obr. 4. 4 vľavo). Tým vznikne rámik, ktorého dve steny sú kovové (elektricky vodivé) a dve nevodivé.



Obr.4. 4: Rámik na blanu. Vľavo: po zasunutí drôťkov do plastovej izolácie.
Vpravo: po namotaní tenkého špagátika.

Na stabilizáciu blany (ktorá odparovaním vody degraduje), obalíme drôťok tenkým špagátikom alebo nitkou (obr. 4. 4 vpravo). Do špagátiku nasiakne voda, ktorá bude

zásobárňou kvapaliny pre odparujúcu sa blanu. Ako kvapalinu možno použiť bežnú pitnú vodu doplnenú o niekoľko kvapiek saponátu na umývanie riadov.

Ako zdroj prúdu možno použiť bežné laboratórne zdroje. Odber prúdu nebude veľký, lebo film je veľmi tenký. Merný odpor pitnej vody veľmi závisí od obsahu minerálov, ale býva typicky $10^3 \Omega\text{m}$. Pre porovnanie merný odpor morskej (slanej) vody je asi $10^{-1} \Omega\text{m}$. Naša voda rozhodne nebola slaná, ale pridali sme do nej ióny zo saponátu. Preto jej merný odpor bude v ráde $\rho = 10 \Omega\text{m}$. Hrúbka blany je veľmi malá, dochádza na nej k interferencii svetla. Jej hrúbka bude teda porovnateľná s vlnovou dĺžkou svetla, povedzme $h = 10$ mikrometrov. Rozmery rámika boli asi $a = b = 5$ cm. Ak na blanu pripojíme napätie 30 V, prúd blanou bude (podľa v poradí tretieho vzťahu vyššie)

$$I = \frac{bh}{\rho a} U = \frac{0,05\text{m} \cdot 10^{-5}\text{m}}{10\Omega\text{m} \cdot 0,05\text{m}} 30\text{V} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ A} = 0,03\text{mA} \quad (4.8)$$

Hodnota prúdu prechádzajúceho blanou býva veľmi malá, rozhodne nebudete mať problémy s elektrolýzou vody. V našom experimente sme použili maximálnu hodnotu napätia, ktorú zdroj poskytoval (30 V), pri ktorej nameraná hodnota prúdu blanou bola asi 0,05 mA

Ako zdroj elektrostatického napätia U_0 možno použiť ľubovoľný elektrostatický zdroj. My sme použili školský elektronický regulovateľný zdroj 0 – 18 kV. Pri napätí asi 3 kV začal výrazný krúživý pohyb kvapaliny, frekvenciu otáčania 1 Hz sme dosiahli pri asi 10 kV.

Celková zostava je znázornená na obr. 4. 5 a 4. 6.



Obr.4. 5: Celková zostava. Namiesto platní sme použili kovové polgule zo školskej stavebnice pre elektrostatiu. Rámik bol vo vzduchu držaný prírodnými vodičmi.



Obr.4. 6: Vľavo: školský vysokonapäťový regulovaný zdroj 0 – 18 kV.
Vpravo: školský laboratórny zdroj 0 – 30 V

Pre pozorovanie prúdenia kvapaliny v blane sa osvedčilo presvietiť blanu zdrojom svetla a pozorovať jej "tieň". Víry a iné nepravidelnosti vznikajúce pri prúdení vody sa prejavili vo forme svetlých a tmavých škvrn v tieni, ktoré sa kruhovo pohybovali a dali sa pohodlne pozorovať alebo nasnímať kamerou.

Čo s úlohou?

- Vyššie uvedené vzťahy sú iba jednoduchým odhadom závislosti otáčania kvapaliny od priložených napätí, neumožňujú číselný odhad. Pokúste sa odvodiť lepšie vzťahy, z ktorých by bolo možné aspoň rádovo odhadnúť frekvenciu otáčania kvapaliny.
- Zostavte experimentálnu aparatúru a namerajte skutočné závislosti frekvencie otáčania od napätí a rozmerov rámika. Zhodujú sa aspoň kvalitatívne s teoretickým odhadom?
- Má na výsledok vplyv zloženie blany? Pridaním glycerolu do vody získate oveľa stabilnejšiu blanu, ale jej viskozita bude vyššia. Má to vplyv na frekvenciu otáčania? Čo sa stane, ak vodu osolíte a zvýšite tým jej elektrickú vodivosť?
- Aký vplyv na frekvenciu otáčania majú rozmery rámika?
- Aký je profil uhlovej rýchlosti blany? Rotuje stred blany rovnakou uhlovou rýchlosťou ako jej okraje?
- V názve úlohy sa vyskytuje slovo "motor". U motorov sú dôležité charakteristiky ako výkon, krútiaci moment a účinnosť. Máte predstavu, ako by sa dala z takéhoto blanového motora odoberať energia a ako by sa dala zmerať aspoň jedna z uvedených charakteristík?

5. Dva balóny

Spracovala doc. RNDr. Zuzana Ješková, PhD.

Zadanie úlohy

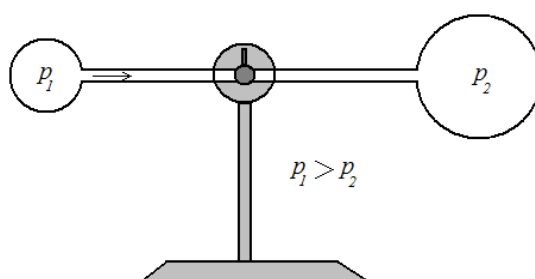
Dva gumené balóny čiastočne nafúkame vzduchom a spojíme trubičkou s ventilom. V závislosti od počiatočných podmienok, vzduch bude po otvorení ventilu prúdiť rôznym smerom – vysvetlite tento jav.

Čo pozorujeme?

Pre pozorovanie a skúmanie daného javu si potrebujeme zostaviť aparáturu. Dva gumené balóny navzájom prepojené ventilom, aby sme po jeho uvoľnení pozorovali správanie sa balónov. Po uvoľnení ventilu sa jeden balón prefúkne do druhého. Avšak ktorý do ktorého? Balóny sa nesprávajú vždy rovnako. Môže nastať stav, kedy sa viac nafúknutý balón pretlačí do menšieho, alebo opačne. Od čoho závisí smer prefukovania balónov?

Správanie sa dvoch mydlových bublín

Pre mydlové bubliny je výsledok experimentu jednoznačný. Na koncoch sklenenej trubičky vybavenej ventilom vytvoríme dve rôzne mydlové bubliny.



Obr. 5. 1: Dve navzájom prepojené mydlové bubliny. V menšej bubline je väčší tlak, v dôsledku čoho sa po uvoľnení ventilu menšia bublina prefúkne do väčšej

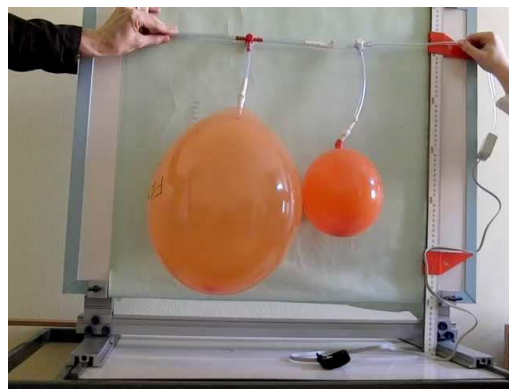
Po uvoľnení ventilu pozorujeme, že menšia bublina sa prefúkne do väčšej v dôsledku väčšieho tlaku vo vnútri menšej bubliny. Tlak vo vnútri bubliny je nepriamoúmerný jej polomeru.

$$p = \frac{4\sigma}{R} \quad (5.1)$$

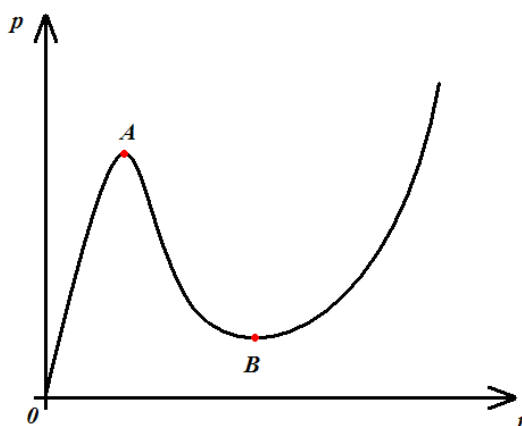
Správanie sa dvoch gumených balónov - experiment

Skúmame správanie sa dvoch nafúknutých prepojených balónov. Sledujeme veľkosť tlaku v balóne v závislosti na jeho polomere. Meranie prevedieme najprv na jednom balóne. Balón pripevníme k senzoru tlaku. Balón nafúkneme a zaznamenáme tlak dosiahnutý v balóne a jeho prislúchajúce rozmery. Merania niekoľkokrát opakujeme s postupným sfukovaním balóna a hodnoty vynesieme do grafu.

Krivka závislosti tlaku od polomeru nafúknutého balóna sa v začiatkovej a koncovej časti líši od krivky pre mydlové bubliny. Nadobúda tvar písmena N, kde najprv so zväčšujúcim sa polomerom tlak prudko stúpa, až kým nepríde krivka do extrému (bod A) a ďalej sa so stúpajúcim polomerom tlak znižuje až opäť príde k extrémnemu bodu (bod B), kde sa tlak začne s polomerom zvyšovať.



Obr. 5. 2: Aparatúra prefukovania balónov



Obr. 5. 3: Krivka závislosti tlaku od polomeru nafúknutého balóna

Povrchové napätie sa teda tiež nespráva tak ako u mydlových bublín a jeho priebeh bude iný. Je zrejmé, že medzi bodom A a B sa bude povrchové napätie správať podobne ako u mydlových bublín a teda bude približne konštantné, zatiaľ čo v iných častiach krivky bude nekonštantné a bude rásť. Vo všeobecnosti je teda povrchové napätie v balónoch nekonštantné.

Uvažujme izotermický dej. V prípade tenkej blany guľového tvaru, sily, ktoré naťahujú gumu majú smer dotyčnice k povrchu. Pre tangenciálnu silu F_t pôsobiacu v smere dotyčnice k povrchu balóna platí

$$F_t = \frac{C_1}{2\pi r} \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \left[1 - \left(\frac{r_0}{r} \right)^6 \right] \quad (5.1)$$

kde r je polomer balóna po natiahnutí a r_0 pred natiahnutím. Potom pre tlak vyvolaný tangenciálnymi silami v povrchu balóna platí

$$p = \frac{C}{rr_0^2} \left[1 - \left(\frac{r_0}{r} \right)^6 \right] \quad (5.2)$$

Pri nafukovaní balóna ide o dobre známy jav, kedy pri jeho nafukovaní je ťažké začať, ale po určitom okamihu sa nafukovanie stáva postupne jednoduchším. Zo vzťahu tiež vyplýva, že maximálny tlak klesá s narastaním hodnoty r_0 , čiže je ťažšie nafúknuť malý balónik, ako nafukovať veľké balóny, čo je opäť v súlade so skúsenosťami. Existujú dve možné hodnoty r s rovnakým tlakom, čo vysvetľuje, prečo je možné, aby dva spojené balóny mali rôzne polomery a napriek tomu boli v rovnováhe.

Teória správania sa dvoch spojených balónov

Pre energiu balóna s polomerom r môžeme písať

$$E = -\lambda_1 \ln V + p_a V + \beta + K(r - r_0)^2, \quad (5.3)$$

kde $V = 4\pi r^3 / 3$, β je konštanta a λ_1 súvisí v množstvom plynu v balóne podľa vzťahu

$$\lambda_1 = pV = 4p_a \pi R^3 / 3 + 2KR(R - r_0) / 3, \quad (5.4)$$

pričom R je rovnovážny polomer, ktorý závisí od množstva plynu v systéme, a teda λ_1 nie je závislé od polomeru balóna r v prípade, keď je balón uzavretý.

Predpokladajme, že dva identické balóny s polomerami r_1 a r_2 sú navzájom prepojené trubičkou s ventilom, ktorý je na začiatku zatvorený. Potom ventil otvoríme a po istom čase sa balóny dostanú do nového rovnovážneho stavu s polomerami x a y . Pre energiu tejto sústavy platí

$$E = -\lambda \ln V + p_a V + \beta + K[(x - r_0)^2 + (y - r_0)^2], \quad (5.5)$$

pričom λ závisí od počiatočných podmienok. Po dosadení za celkový objem dostávame

$$\begin{aligned} E &= -\lambda \ln \left(\frac{4}{3} \pi x^3 + \frac{4}{3} \pi y^3 \right) + p_a \left(\frac{4}{3} \pi x^3 + \frac{4}{3} \pi y^3 \right) + \beta + K[(x - r_0)^2 + (y - r_0)^2] \\ E &= -\lambda \ln \left(\frac{4}{3} \pi \right) - \lambda \ln(x^3 + y^3) + \frac{4}{3} \pi p_a (x^3 + y^3) + \beta + K[(x - r_0)^2 + (y - r_0)^2] \end{aligned}$$

Ak zavedieme ďalšie konštanty $C = \frac{4}{3} \pi p_a$ a $D = -\lambda \ln \left(\frac{4}{3} \pi \right) + \beta$, súvisiace s počiatočnými podmienkami, dostaneme rovnicu

$$E = -\lambda \ln(x^3 + y^3) + C(x^3 + y^3) + K[(x - r_0)^2 + (y - r_0)^2] + D. \quad (5.6)$$

Ukazuje sa, že správanie sa systému závisí od hodnoty λ (t.j. od množstva plynu v sústave, čiže počiatočných podmienok), pričom kritická hodnota je

$$\lambda_0 = \frac{8r_0^2}{3}(K + 6r_0C) \quad (5,7)$$

V závislosti od hodnoty λ vzhľadom k tejto kritickej hodnote môže sa sústava nachádzať v rozličných rovnovážnych stavoch:

- a) Pre $\lambda < \lambda_0$ existuje jediný rovnovážny stav sústavy, ktorý je stabilný, pričom polomer balónov je rovnaký a zároveň sa nachádza v intervale $(r_0, 2r_0)$.
- b) Pre $\lambda > \lambda_0$ existujú dva stabilné rovnovážne stavy, pričom jeden balón je väčší ako druhý. Tretí rovnovážny stav je nestabilný a odpovedá rovnakému polomeru balónov, ktorý je väčší ako $2r_0$.

Nový rovnovážny stav, do ktorého sa balóny dostanú po otvorení ventilu, evidentne závisí od začiatočných polomerov balónov ešte pred ich vzájomným prepojením. Rovnica (5.1) umožňuje určiť hodnotu λ pre každý z balónov v závislosti od polomeru r_1 (určíme λ_1) a r_2 (určíme λ_2). Potom hodnota λ pre spojenú sústavu je $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$ a kritická hodnota λ_0 predstavuje množstvo vzduchu potrebného k nafúknutiu balónov na polomer $2r_0$. Preto ak $\lambda < \lambda_0$ budú v rovnovážnom stave polomery rovnaké a menšie ako $2r_0$. Ale ak $\lambda > \lambda_0$, potom v rovnovážnom stave budú polomery rozličné, respektíve rovnaké ale väčšie ako $2r_0$. To znamená, že zo začiatočného stavu sústavy dokážeme predpovedať konečný rovnovážny stav.

Použitá literatúra

- [1] Feková, V. 2010, Fyzika nafukovania balónov, bakalárska práca, Univerzita P. J. Šafárika v Košiciach, Košice, 2010

6. Magnusov klzák

Spracovala doc. RNDr. Zuzana Ješková, PhD.

Zadanie úlohy

Zlepte dná dvoch ľahkých pohárikov – vznikne klzák. Oviňte elastický prúžok okolo jeho stredu, chyťte ho za voľný koniec a natiahnite. Preskúmajte pohyb klzáka po jeho vypustení.

Kde sa stretávame s magnusovým efektom?

S Magnusovým efektom sa stretávame predovšetkým v loptových hrách, kedy športovci využívajú tzv. „falš“, čo je zakrivenie trajektórie lopty v dôsledku jej vhodnej rotácie. Tento jav špičkoví hráči využívajú zámerné, preto je dôležité pre nich poznať efekty rotujúcej lopty z ich pôvodnej trajektórie

Princíp Magnusovho efektu

Pri pohybe telesa v prostredí (napr. vzduch) je pohybujúce sa teleso pod vplyvom pôsobenia troch síl:

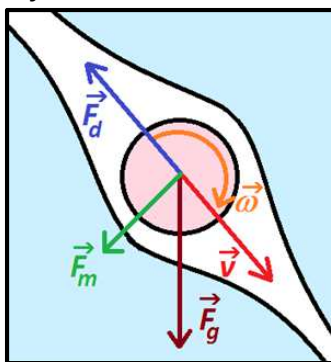
- Tiažová sila $F_G = mg$ (6.1)

- Aerodynamická odporová sila $F_O = \frac{1}{2} C \cdot \rho \cdot S \cdot v^2$ (6.2)

- Magnusova sila $F_m = \frac{1}{2} C_m \cdot \rho \cdot S \cdot v^2$ (6.3)

kde C_m je tzv. Magnusov koeficient niekedy nazývaný tiež ako koeficient vztlaku, ρ je hustota vzduchu a S je plocha priečného prierezu telesa. Koeficientu vztlaku C_m však predstavuje komplexnú veličinu, ktorá sa určuje experimentálne.

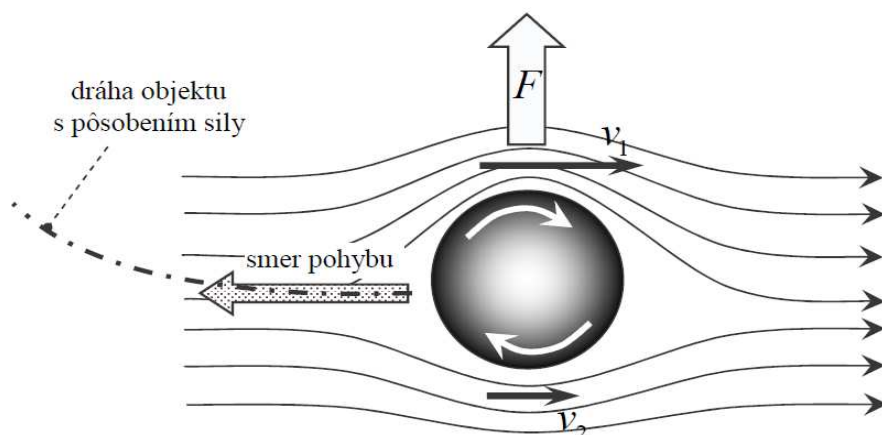
Magnusova sila sa uplatňuje v prípade, ak teleso okrem postupného pohybu vykonáva aj rotačný pohyb s určitou uhlovou rýchlosťou ω .



Obr. 6. 1: Sily pôsobiace na letiacu loptu

Magnusov efekt je jav, pri ktorom rotujúce teleso letiace vo vzduchu, (príp. pohybujúce sa v kvapaline) strháva vplyvom trenia čiastočky vzduchu v smere rotácie, následkom čoho dochádza na jednej strane telesa k zrýchleniu vzduchu a vzniká pokles statického tlaku (podtlak). Rozdiel statických tlakov sa prejavuje ako sila takmer kolmá ku smeru

pohybu, ktorá sa spolu s odporom skladá do výslednej sily a vychyl'uje rotujúce teleso z jeho pôvodnej trajektórie.



Obr. 6. 2: Rotujúce teleso obtekané tekutinou, kde v_1 a v_2 sú rýchlosti v daných miestach a F silové pôsobenie spôsobené rozdielnymi rýchlosťami a tlakmi na dolnej a hornej strane telesa, určené na základe princípu Bernoulliho rovnice.

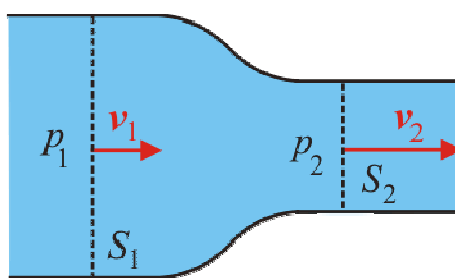
Prúdenie tekutín

Bernoulliho rovnica

Pri ustálenom prúdení ideálnej kvapaliny v gravitačnom poli je súčet kinetickej a potenciálnej energie objemovej jednotky a tlaku konštantný.

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh + p = \text{konšt} \quad (6.4)$$

Pre vodorovnú trubicu platí $\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2$ (6.5)



Obr. 6. 3: Využitie Bernoulliho rovnice v trubici rôzneho prierezu

V závislosti od smeru rotácie telesa môžeme udeliť telesu:

- **topspin**, horná rotácia, Magnusova sila nadol
- **Backspin**, spodná rotácia, Magnusova sila nahor
- **Sidespin**, bočná rotácia, Magnusova sila vpravo alebo vľavo

Realizácia experimentu

Poháriky priložíme k sebe, tak aby sa dotýkali (prekrývali) ich dná a pomocou lepiacej pásky zlepieme. Začiatok gumičky umiestime do stredu spojených pohárikov a pridržíme

palcom. Natiahnutú gumičku takto namotávame na poháriky smerom k sebe. V záverečnej fáze, keď už máme gumičku dostatočne namotanú skončíme, valček uvoľníme a pozorujeme trajektóriu jeho letu v dôsledku udelenia „backspinu“.

Pozorovanie

Natiahnutím gumičky pomocou palca sme udelili pohárikom počiatočnú rýchlosť dol'ava (zhruba vo vodorovnom smere) a pomocou namotanej časti gumičky rotáciu (v smere hodinových ručičiek) (Obr. 6.2). Po uvoľnení pohárikov pozorujeme, že trajektória pohárikov nebude kopírovať vodorovný vrh ale na začiatku sa výrazne zakriví smerom nahor.



Obr. 6. 4: Realizácia experimentu

Vysvetlenie

Valčeky a okolitý vzduch sú v relatívnom pohybe. Na situáciu sa môžeme pozrieť tak, že vzduch okolo pohárikov prúdi zľava doprava pričom poháriky sú v pokoji. Poháriky pritom rotujú v smere pohybu hodinových ručičiek. Aj v tomto prípade má na pohyb pohárikov vplyv medzná vrstva vzduchu, ktorú si môžeme predstaviť ako tenkú vrstvičku vzduchu prilepenú vplyvom trenia medzi pohárikmi a vzduchom k povrchu pohárikov. V hornej časti zlepených pohárikov sa sčíta rýchlosť obtekania a rýchlosť vzduchu v medznej vrstve, v spodnej časti pohárikov naopak, medzná vrstva brzdí obtekajúci vzduch v blízkosti pohárikov, a preto sa tu rýchlosť obtekania a rotačná rýchlosť pohárikov odčítajú. Tlak vzduchu na základe Bernoulliho rovnice je preto menší v hornej časti pohárikov a na zlepené poháriky pôsobí tlaková sila smerom nahor, vzhľadom na vodorovný smer.

Čo s úlohou?

Na realizáciu experimentu môžeme použiť poháriky s rozličnými povrchmi. Vhodné sú polystyrénové poháriky s pôvodným povrchom, s vytlačenými jamkami pre získanie drsnejšieho povrchu, kde by mal byť Magnusov jav viac viditeľný, pre získanie hladkého povrchu môžeme poháriky oblepiť lepiacou páskou, alebo použiť poháriky od jogurtu.

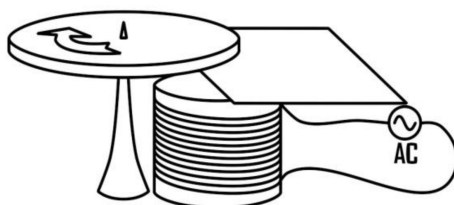
Použitá literatúra

- [1] Kuffová, B. 2012, Magnusov efekt vo vyučovaní fyziky, Bakalárska práca, Univerzita P. J. Šafárika v Košiciach, Košice, 2012

7. Tienený pól

Spracoval: doc. RNDr. Marián Kireš, PhD.

Zadanie úlohy: Umiestnite neferomagnetický kovový disk nad elektromagnet pripojený na striedavé napätie. Disk bude odpudzovaný, ale neroztočí sa. Ak však medzi magnet a disk sčasti zasuniete neferomagnetickú platňu, disk sa roztočí. Preskúmajte tento jav.



Obr. 7.1: Schéma experimentu

Ukážme, že to funguje

Zo súpravy školského rozkladného transformátora použijeme cievku so 600 závitmi a prúdmi do 2A, napájanú zdrojom striedavého napätia (je vhodné, ak dokážeme meniť veľkosť napätia). Do cievky zasuneme feromagnetické lístkové jadro, čím vytvoríme otvorený magnetický obvod. Neferomagnetický disk so zvislou osou rotácie (napr. prípravok slúžiaci na demonštráciu vírivých prúdov) uložíme tesne nad cievku s jadrom tak, aby čo možno najväčšia časť disku zasahovala do magnetického poľa vytváraného cievkou s jadrom. Neferomagnetickú platňu zasunieme medzi cievku a rotačný disk tak, aby sme zatienením časti pólu dosiahli roztočenie disku (ak zatiaľ nerozumieme príčine rotácie, pri zatíňovaní pólu skúste viaceré možnosti :).



Obr.7.2: Prvotná aparátúra na overenie funkčnosti zariadenia

Pri dostatočne voľnom uložení disku na osi otáčania a vhodnom napätí zdroja pozorujeme rotáciu neferomagnetického disku. Pri hľadaní vhodného miesta zasunutia neferomagnetickej platne sa vám iste podarí vyvolať rotáciu aj do opačného smeru.

Prečo by sa mal disk roztočiť?

Zamyslime sa postupne nad fyzikálnymi javmi, ktoré pri opísanom zariadení uplatňujú.

1. Čo sa deje s diskom, umiestneným nad cievkou?

Cievka napájaná prúdom I je zdrojom magnetického poľa s magnetickou indukciou B . Ak kolmo na indukčné čiary magnetického poľa cievky umiestnime uzavretú plochu s veľkosťou S , danou plochou tečie magnetický indukčný tok $\Phi = B \cdot S$. Keďže v našom

prípade je cievka napájaná striedavým prúdom, produkuje premenlivé (nestacionárne) magnetické pole a teda aj premenlivý magnetický indukčný tok.

Nad cievkou umiestnený neferomagnetický disk predstavuje vodivý materiál nachádzajúci sa v premenlivom magnetickom poli. Vo vodivom materiáli disku sa v dôsledku javu **elektromagnetickej indukcie** vytvára indukované elektromotorické napätie. Veľkosť indukovaného napätia U_i závisí od veľkosti zápornej časovej zmeny magnetického indukčného toku Φ a je daná vzťahom:

$$U_i = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

Vodivým materiálom disku tečie indukovaný prúd, ktorý svojim silovým účinkom pôsobí proti zmene, ktorá ho vyvolala (v zmysle znenia Lenzovho zákona). Príčinou vzniku indukovaného prúdu je zmena magnetického indukčného toku cievky. Vo vodivom materiáli disku preto vzniká indukovaný prúd, tvoriaci magnetický tok pôsobiaci proti zmenám magnetického toku cievky. Disk je striedavo odpudzovaný a priťahovaný k cievke.

2. Čo sa stane, ak medzi cievku a disk zasunieme neferomagnetickú platňu?

Platňu zasúvame tak, aby zakrývala časť magnetického poľa cievky. V platni sa rovnako ako v disku indukujú vírivé prúdy. Zakrytá časť cievky spolu so zasunutým diskom vytvára výsledný magnetický indukčný tok prechádzajúci časťou rotačného disku. Druhou časťou rotačného disku (nad nezakrytou časťou cievky) prechádza magnetický indukčný tok produkovaný iba cievkou. Zasunutím platne vytvoríme v rotačnom disku dve oblasti, s navzájom rôzne veľkými a v čase sa meniacimi indukčnými tokmi.

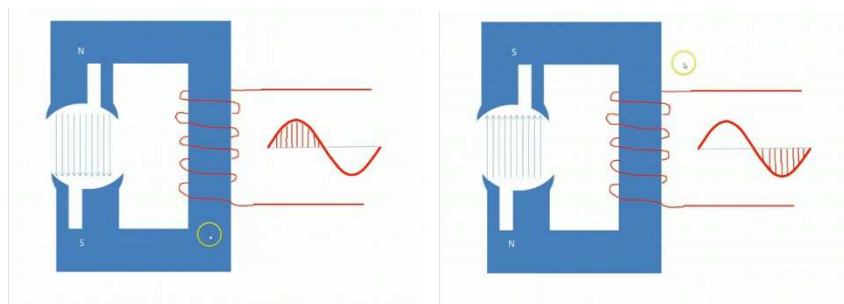
3. Čím je vyvolané otáčanie?

V technickej praxi sa tieneny pól využíva pri konštrukcii elektromotorov napájaných jednofázovým striedavým napätím. Aby sa rotor elektromotora otáčal, je potrebné vytvoriť točivé magnetické pole. Ak je cievka elektromotora napojená na striedavý prúd, vytvára premenlivé magnetické pole, avšak nie pole točivé. Na jeho vytvorenie sa používa práve tieneny pól.

Na internete je možné nájsť cez kľúčové slová: „shaded pole motor“, mnoho simulácií, videí a vysvetlení princípu činnosti. Jedným zo zdrojov je video:

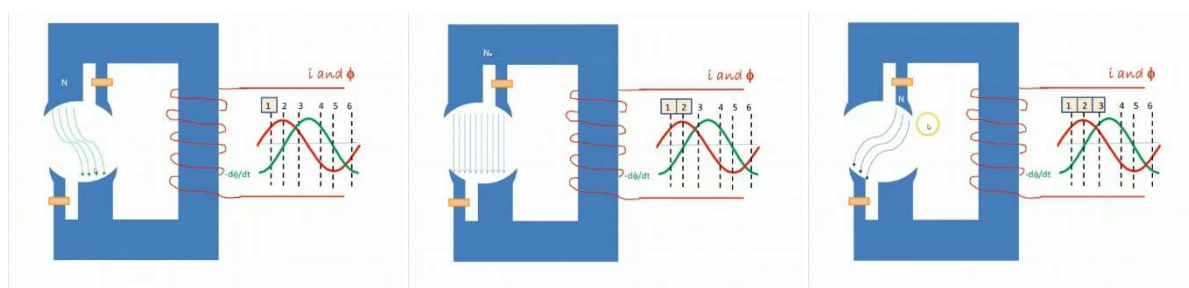
<https://www.youtube.com/watch?v=MyEnwJ1Lazg>, ktorého vyberáme kľúčové snímky.

Modrou farbou je zobrazený stator elektromotora, ktorý je rozdelený na dve časti, širšiu a užšiu (tá bude predstavovať tieneny pól).



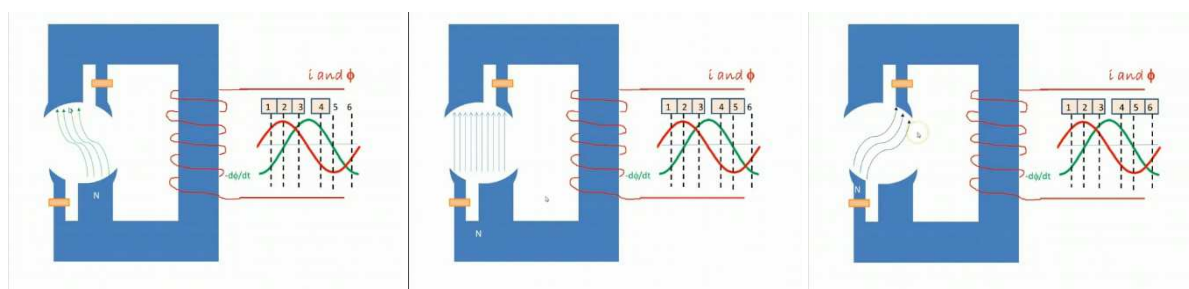
Obr.7.3: a, b Magnetické pole elektromotora na jednofázové striedavé napätie

Striedavým prúdom (znázornený červenou krivkou v grafe) napájaná cievka statora vytvára magnetické pole. Bez použitého tienenia prechádzajú magnetické indukčné čiary medzi pólmi statora (Obr. 7. 3 a,b), polarita magnetického poľa závisí na pol perióde striedavého prúdu.



Obr.7.4: a, b, c Magnetické pole elektromotora s tieneným pólom v prvej pol perióde

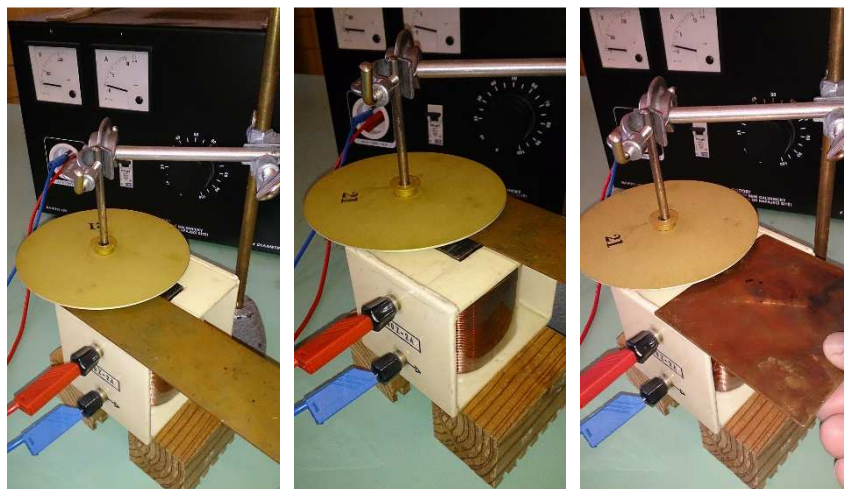
Ak na časť magnetického obvodu statora upevníme masívnu medenú obruč, indukujú sa v nej vírivé prúdy vytvárajúce indukovaný magnetický tok ($-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$), znázornený zelenou krivkou v grafe. Indukovaný tok tieneného pólu v čase [1] na Obr. 7. 4 a, pôsobí proti toku statora, magnetické indukčné čiary smerujú medzi nezatienenými časťami statora. V čase [2] je indukovaný tok tieneného pólu nulový (Obr. 7. 4 b), magnetické indukčné čiary smerujú medzi pólmi statora. V čase [3] je indukovaný tok v smere toku statora, tok tieneným pólom je zosilnený (Obr. 7. 4 c), magnetické indukčné čiary smerujú medzi zatienenými pólmi.



Obr.7.5: a, b, c Magnetické pole elektromotora s tieneným pólom v druhej pol perióde

V druhej pol perióde sa celý dej opakuje, iba s opačnou polaritou magnetických pólů (Obr. 7. 5 a, b, c). Pomocou tieneného pólu sme získali točivé magnetické pole medzi pólmi statora. Ak je v priestore medzi pólmi statora umiestnený magnetický rotor, sleduje svojim rotačným pohybom pohyb točivého magnetického poľa statora.

Situácia je analogická aj pri použití zasúvania platne medzi cievku a rotačný disk. Na Obr. 7. 6 a, b sú zobrazené zasunutia, ktoré vyvolávajú rotáciu v zápornom (kladnom) smere a zasunutie na Obr. 7. 6 c, ktoré rotáciu nevyvoláva.



Obr.7.6: a, b, c Rôzne možnosti zasúvania platne

Čo s úlohou?

V zadaní úlohy je vymedzené, že máme jav preskúmať. Formulujme niekoľko problémov, hodných skúmania:

- Aká geometria zatienenia cievky je (nie je) vhodná na roztáčanie disku?
- Čo vplýva na veľkosť krútiace momentu (polomer disku, hrúbka platne a disku, pomer veľkosti plôch zatienenej voči nezatienenej, veľkosť B , frekvencia striedavého prúdu, ...) ?
- Čím je určený smer rotácie?
- Ako dokážeme regulovať otáčky?
- Akú maximálnu frekvenciu otáčania, pri danej frekvencii striedavého napätia, môžeme dosiahnuť pomocou zatieneného pólu?
- Ako sa bude správať krútiaci disk s rastúcou záťažou?

Odporúčaná literatúra

- [1] J. A. Fleming. On electromagnetic repulsion. Proc. Royal Inst. of Great Britain (March 1891), pp. 72-92, https://ia600706.us.archive.org/20/items/RoyalInstitutionLibraryOfScience-PhysicalScienceVol4/RoyalInstitutionVol04_text.pdf and Journ. Soc. of Arts (May 14, 1890), pp. 296-316, https://ia600301.us.archive.org/32/items/proceedings13roya/proceedings13roya_bw.pdf
- [2] Jearl Walker. 6.22: Turning in the shade of a magnetic field. In: The Flying Circus of Physics with Answers (John Wiley & Sons, 1975), https://ia601208.us.archive.org/4/items/TheFlyingCircusOfPhysicsWithAnswers/Walker-TheFlyingCircusOfPhysicsWithAnswers_text.pdf
- [3] Wikipedia: Shaded-pole motor, http://en.wikipedia.org/wiki/Shaded-pole_motor
- [4] Easy shaded pole motor experiment (youtube.com, from stroll365, 11.07.2009), <http://youtu.be/VvvEvccXRGs>

- [5] Shaded pole motor experiment (youtube.com, from Thomas Kim, 30.07.2013),
<http://youtu.be/2j00wyzFCj0>
- [6] Keith Gibbs. (v) The shaded pole motor (schoolphysics, 2013),
http://www.schoolphysics.co.uk/age16-19/Electricity%20and%20magnetism/Electromagnetism/text/Electric_motor_ac/index.html

8. Cukor a soľ

Spracovala RNDr. Ľudmila Onderová, PhD.

Zadanie úlohy

Zasviette na priehľadnú nádobu obsahujúcu vrstvu sladkej vody nad vrstvou slanej. Na tienidle môžete pozorovať útvary v tvare prstov. Preskúmajte jav a jeho závislosť od relevantných parametrov.

Čo pozorujeme?

V priehľadnej nádobe vytvoríme dve vrstvy vody. Slanú vodu nalejeme do nádoby a ľahkým prilievaním, bez snahy vytvoriť akékoľvek turbulentné prúdenie, vytvoríme nad slanou vodou vrstvu sladkej vody. Alebo je možné tieto dve vrstvy prepojiť uvoľnením prepážky, ktorá vrstvy doposiaľ rozdeľovala. Je vhodné jednu vrstvu vody zafarbiť potravinárskym farbivom, čím po prepojení vodných vrstiev pozorujeme vznik útvarov pripomínajúcich tvar prstov.

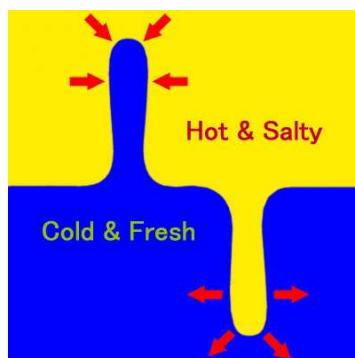
Vznik sol'ných prstov

Obrazce tvaru prstov môžeme vytvárať podobným spôsobom. Stačí nám k tomu čerstvá, studená voda z vodovodu a teplejšia, slaná voda.

V situácii keď slanejšia, ale teplejšia vrstva sa nachádza nad čerstvou ale studenou vodou sa môže rozvinúť tzv. dvojito-difúzna nestabilita („double-diffusive instability“) keď teplo difunduje rýchlejšie ako slanosť. Nestabilita vedie k pomalému miešaniu vo forme zvislo pretiahnutých častí tekutiny nazývaných „sol'né prsty“ klesajúcich a stúpajúcich v závislosti od teploty.

Sol'né prsty

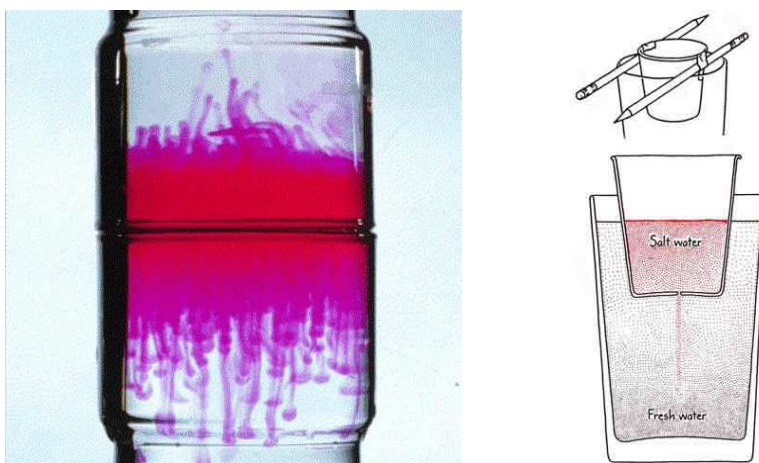
Ako môžeme vysvetliť klesanie prstov slanej vody? Slaná voda je ťažšia ako neslaná (čerstvá), preto začína klesať. Ale slaná voda je tiež teplá, preto jej prenikaniu do studenej vody bráni vztlaková sila. Čo v skutočnosti nastane závisí od rozdielu medzi difúznym pomerom tepla a slanosti. Keď teplo difunduje rýchlejšie ako slanosť, potom klesajúca časť kvapaliny sa veľmi rýchlo ochladzuje, preto jej teplota je približne rovnaká ako teplota okolitej kvapaliny a keďže je slaná bude klesať nadol. Prsty sa nakoniec otočia, až sa nakoniec vytvorí vrstva zmiešanej vody s obsahom soli a výslednou teplotou oboch kvapalín. Podobne môžeme vysvetliť stúpanie prstov studenej vody.



Obr. 8. 1 Model tvorenia sol'ných prstov – prenikanie teplej slanej vody do čistej studenej vody a opačne

Experiment

jednoduchý experiment v ktorom sa dva roztoky s rozdielnou koncentráciou cukru a soli premiešavajú konvekciou sol'ných prstov. Cukor plní úlohu tepla, lebo difunduje rýchlejšie ako soľ.



Obr. 8. 2: Ukážka experimentov s kvapalinami rôznej hustoty

Rayleigh–Taylorova (RT) nestabilita

nestabilita na rozhraní dvoch tekutín rozdielnej hustoty, ku ktorej dochádza keď ľahšia tekutina je tlačaná ťažšou tekutinou.

Rovnováha medzi dvomi takýmito rovnými rovnobežnými vrstvami tekutín v zemskom gravitačnom poli je nestabilná, pri každom porušení rozhrania, keď sa časť ťažšej tekutiny premiestni nadol rovnaký objem ľahšej tekutiny je premiestnený nahor – potenciálna energia sústavy je nižšia ako v počiatočnom stave – porušovanie bude ďalej narastať ...

RT nestabilita sa vyvíja , počiatočné narušenie rozhrania postupuje od lineárne narastajúcej fázy do nelineárnej alebo exponenciálnej fázy, sprevádzanej „kúdoľmi“ spodnej tekutiny prúdiacej nahor a „špicami“ hornej tekutiny klesajúcej nadol. Vo všeobecnosti rozdielnosť hustôt tekutín určuje štruktúru nelineárneho toku (za predpokladu, že ďalšie premenné ako povrchové napätie a viskozitu zanedbávame). Rozdiel hustôt tekutín delený ich súčtom je definovaný ako Atwoodovo číslo „A“.

$$A = \frac{\rho_{\text{väčšia}} - \rho_{\text{menšia}}}{\rho_{\text{väčšia}} + \rho_{\text{menšia}}} \quad (8.1)$$

Pre hodnotu blízku 0, RT nestabilita vytvára symetrické "prsty" v tekutine; pre hodnotu blízku 1, oveľa ľahšia tekutina nachádzajúca sa pod ťažšou kvapalinou má podobu väčších bublín, pripomínajúcich oblaky.

Príklady RT: explózia supernovy, (Crab Nebula) sol'né fontány, inverzia počasia, elektrohydrodynamika, lávové lampy?

Čo s úlohou?

Je možné zrealizovať viacero podobných experimentov na demonštráciu tohto javu (Stong, Walker).

Pre podrobnejšie skúmanie je vhodné meniť parametre ovplyvňujúce výsledok experimentu ako je rôzna hustota kvapalín, rozdiel hustôt, teplota, druh, viskozita,...

Pre lepšie pozorovanie je vhodné celý priebeh tvorby prstov zaznamenať videokamerou, čím môžeme zisťovať čas, za ktorý jav nastane, či čas, za ktorý dôjde od lineárneho priebehu k nelinearite.

Použitá literatúra

- [1] http://en.wikipedia.org/wiki/Rayleigh%E2%80%93Taylor_instability
- [2] J. Walker: The salt fountain and other curiosities based on the different density of fluids. AmateurScientist. In: Sci. Am. 10 (1977),
<http://jesseenterprises.net/amsci/1977/10/1977-10-body.html>
- [3] C.L.Stong: Experiments with Salt Fountains and Related Instabilities in Water. AmateurScientist. In: Sci. Am. 6 (1971)
<http://jesseenterprises.net/amsci/1971/06/1971-06-fs.html>

9. Vznášadlo

Spracovala RNDr. Mária Bilišňanská

Zadanie úlohy

Jednoduchý model vznášadla si môžeme urobiť z CD, ku ktorému trubičkou pripojíme balón naplnený vzduchom. Vychádzajúci vzduch môže zdvihnúť model tak, že sa bude vznášať s nízkym trením nad povrchom. Preskúmajte, ktoré podstatné parametre ovplyvňujú dobu stavu „s nízkym trením“.

Čo potrebujeme:

- ľahkú konštrukciu:
 - o CD, gramofónová platňa a pod. (plastový disk)
 - o ľahká trubička
 - o balón



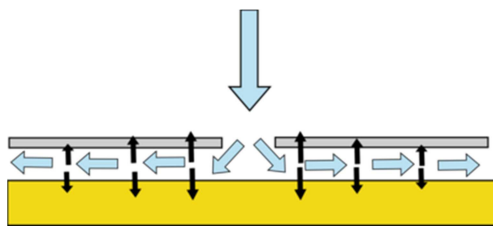
Obr. 9. 1: Vznášadlo

Čo sa deje?

Nafúkaný balón pôsobí ako tlaková plynová komora – keď otvoríme uzáver, vzduch sa cez neho ženie von a vytvorí pod CD-čkom akýsi „vzduchový vankúš“, na ktorom sa celý model vznáša. Týmto spôsobom sme eliminovali (statické, dynamické) trenie medzi dvoma povrchmi: medzi CD-čkom a podložkou. Medzi týmito dvoma povrchmi je vrstva vzduchu, na ktorej sa vznášadlo „klže“.

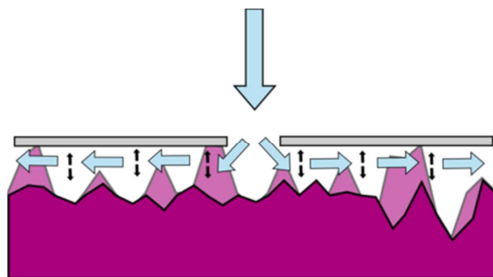
Pri vyfukovaní vzduchu z balóna sa pod CD „natlačí“ vzduch, ktorý pri unikaní spod CD vytvorí pretlak a celý model nadnáša. Vznášadlo sa vznáša vďaka svojmu tvaru, hladkému povrchu plastového disku a rozloženia hmotnosti na ňom. Odpor vzduchu, ktorý musí vznášadlo prekonať, je oveľa menší ako trenie medzi CD a podložkou.

Ak chceme eliminovať trenie medzi CD a podložkou, celý model vznášadla sa musí vznášať, t.j. jeho tiažová sila musí byť vykompenzovaná „zdvíhacou“ silou. Vznášadlo musí byť v dostatočnej vzdialenosti nad povrchom podložky, aby sa nerovnosti CD-čka nezachytávali o nerovnosti podložky.



Obr. 9. 2: Vznášadlo nad rovinným povrchom

Ak sa CD vznáša nad hladkým povrchom, vzduch z balóna vytvára rovnomerný „vzduchový vankúš“. Vzduch môže uniknúť len pri okrajoch CD-čka (obr. 9. 2).



Obr. 9. 3: Vznášadlo nad nerovnomerným povrchom

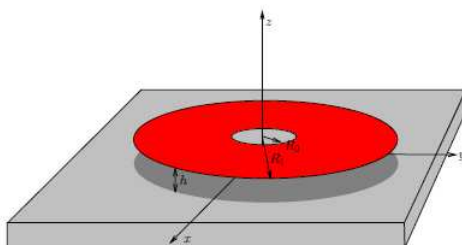
Ak sa CD vznáša nad nerovnomerným povrchom (napr. nad kobercom), vzduch môže unikať cez rôzne špáry v koberci. „Vzduchový vankúš“ preto nemá dostatočnú hrúbku a vznášadlo narazí na nerovnosti podložky (koberca) (obr. 3). V tomto prípade musíme zvýšiť „zdvíhaciu silu“, zosilniť vyfukujúci vzduch, aby sa vznášadlo dostalo vyššie nad všetky nerovnosti podložky.

Prúdenie vzduchu

Keďže vznášadlo skúmame v bežných podmienkach a v experimente využívame vzduch, pri výpočtoch musíme brať do úvahy Navier – Stokesovu rovnicu o skutočnom prúdení tekutiny, t.j. berieme do úvahy vnútorné trenie, vzájomné pôsobenie medzi časticami tekutiny.

Balón sa vyprázdni v relatívne krátkom čase, preto tento dej môžeme uvažovať za izotermický.

„Vzduchový vankúš“ a výpočet „zdvíhacej sily“ F_z



Obr. 9. 4: CD s polomerom R_1 (identický s polomerom „vzduchového vankúša“) a vnútorným polomerom R_0 sa vznáša nad podložkou vo výške h

Vypočítame objemový tok Q :

$$Q = \frac{V}{\tau} \quad (9.1)$$

- objem vzduchu v balóne V zistíme zjednodušene napr. výpočtom pomocou obvodu balóna
- čas τ , za ktorý vyfučí vzduch z balóna

Vypočítame priemernú rýchlosť vzduchu v_0 cez vnútorný otvor CD R_0 :

$$Q = v_0 \cdot S_0 \quad (9.2)$$

$$v_0 = \frac{Q}{S_0} = \frac{Q}{2 \pi h R_0} \quad (9.3)$$

Vypočítame priemernú rýchlosť vzduchu v_1 , ktorou uniká spod CD s polomerom R_1 :

$$Q = v_1 \cdot S_1 \quad (9.3)$$

$$v_1 = \frac{Q}{S_1} = \frac{Q}{2 \pi h R_1} \quad (9.4)$$

Vypočítame „zdvíhaciu silu“ F_z :

$$F_z = \frac{3 \mu Q}{h^3} (R_1^2 - R_0^2) \quad (9.5)$$

- Q = vypočítaný objemový tok
- μ = dynamická viskozita vzduchu
- s ohľadom na chyby merania, mala by byť podobná tiažovej sile celého vznášadla

Čo s úlohou?

- ✓ Aký silný prúd potrebujeme na to, aby sa vznášadlo s danou hmotnosťou zdvihlo?
- ✓ Pri akom maximálnom zaťažení sa vznášadlo ešte vznesie?
- ✓ Prečo musíme použiť plastový disk s kruhovým tvarom a nie napr. štvorcovým?
- ✓ Aký čas prejde, kým sa vznášadlo od začiatku prúdenia zdvihne? Kedy pred dofúkaním sadne vznášadlo na podložku?

Vzhľadom na zadanie úlohy, **merať čas vznášania** môžeme v závislosti na:

- ✓ priemere otvoru, cez ktorý uniká vzduch z balóna
- ✓ veľkosti balóna
- ✓ zaťažení vznášadla
- ✓ výške vznášania h
- ✓ „kvalite“ balóna – nový vs. opotrebovaný, pevnejší balón, viac balónov v sebe
- ✓ veľkosti disku – CD, gramofónová platňa a pod.
- ✓ povrchu, nad ktorým sa vznášadlo pohybuje – nad hladkým povrchom je vzduch rozložený rovnomerne. Ako sa bude správať nad nerovnomerným povrchom (napr. nad chodníkom, kobercom a pod.)

Použitá literatúra

- [1] C. de Izarra and G. de Izarra. Stokes equation in a toy CD hovercraft. Eur. J. Phys. 32, 89-99 (2011), http://www.rose-hulman.edu/~moloney/Ph425/0143-0807_32_1_008%20cd%20hovercraft.pdf
- [2] Cheap toy (cheaperthancupofjoe, 02.01.2010), <http://cheaperthanacupofjoe.tumblr.com/post/365742422/cheap-toy>
- [3] How a Hovercraft Works (James' Hovercraft Site, 2012), http://www.jameshovercraft.co.uk/hover/hovercraft_concept_theory.php

10. Spievajúce ostrie trávy

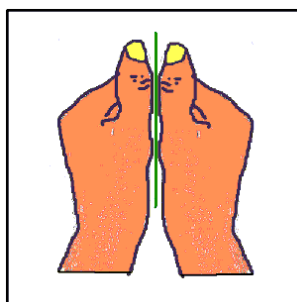
Spracovala Mgr. Brigita Balogová

Zadanie úlohy

Fúkaním na steblo trávy, list papiera a podobne sa dá vylúdiť zvuk. Preskúmajte tento jav.

Ako fúkať na trávku, aby vznikol zvuk? / Pískanie na trávku

Známy efekt pískania na trávku poznajú už malé deti. Cez leto na lúke odtrhnú kúsok trávy, uchytia ho medzi palce oboch rúk (viď obr. 10. 1) a fúkajú na jeho hranu. Pre ľudí, ktorý tento hudobný „inštrument“ ešte nikdy v živote nevyskúšali, existuje na internete množstvo videí a článkov, ktoré inštuujú tento jav.



Obr.10. 1: Videá a obrázky vysvetľujúce pískanie na trávku (Zdroj:

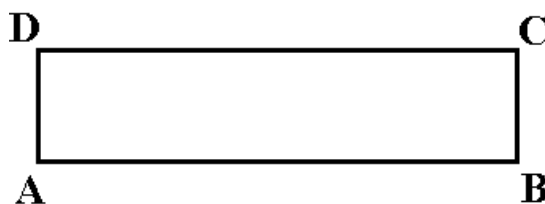
<http://www.youtube.com/watch?v=iCJjZGBcNmY>, <http://predmety.skylan.sk/zvuk2.html>,
www.google.com)

Zvuk

Kedže pískanie na trávku počujeme, môžeme o ňom hovoriť ako o zvuku. Čo to ten zvuk je? Zvuk je každé pozdĺžne mechanické vlnenie v látkovom prostredí, ktoré je schopné vyvolať v ľudskom uchu sluchový vnem. Frekvencia tohto vlnenia leží približne v rozsahu 20 Hz až 20 kHz (záleží na individuálnych danostiach človeka), mimo týchto hraníc človek zvuk nevníma. Zvuk vzniká kmitaním hmoty, ktorá toto kmitanie odovzdáva hmotným časticiam v prostredí, ktoré ho obklopuje napr. vzduchu, vode, kovu atď. Vo vzduchu nastáva zhutňovanie a zriedňovanie častíc, ktoré postupujú ako zvuková vlna. Pri pískaní na trávku je kmitajúcim predmetom práve trávka.

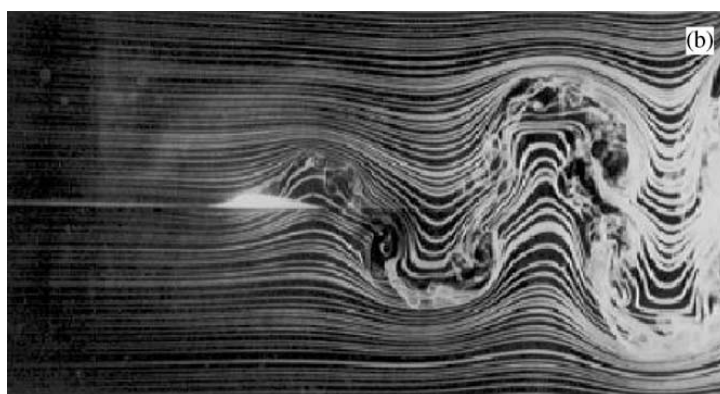
Vznik zvuku pri pískaní

List si v zjednodušenej podobe môžeme predstaviť ako obdĺžnik ABCD (obr. 10. 2), ktorý je palcami uchytý v stredoch strán AD, BC a smer fúkania je kolmo na hranu AB.



Obr.10. 2: Zjednodušený model listu v podobe obdĺžnika ABCD

Prúd vzduchu z úst je na hrane AB rozdelený. Za hranou CD vznikajú vo vzduchu periodické víry (obr. 10. 3). Sú to podobné víry ako tie, ktoré vznikajú za pevnou prekážkou v prúde vody. Vznikajúce víry sú dôsledkom vnútorného trenia v medznej vrstve nachádzajúcej sa pri povrchu obtekaného telesa. Táto vrstva pomerne malej hrúbky vzniká ako dôsledok priľnavosti tekutiny k povrchu. V tejto vrstve sa rýchlosť prúdenia telesa zväčšuje z nulovej hodnoty na takú hodnotu, ktorá už povrchom telesa nie je ovplyvnená. Rôzna hodnota rýchlosti v uvažovanej vrstve tekutiny spôsobuje jej rotačný pohyb. Vznikajúce víry sa do istej miery zväčšujú, potom sa od medznej vrstvy odtrhnú a sú unášané okolitou prúdiacou tekutinou. V okolí telesa sa potom tvoria nové víry a celý proces sa opakuje. Tieto víry sú periodické a spôsobujú periodické vlnenie vzduchu (tlakové zmeny), ktoré sa šíri až k ušiam pozorovateľa. Takto vznikajú tzv. trecie tóny, s ktorými sa stretávame napr. pri kvílení vetra v korunách stromov alebo v elektrickom vedení, pri písaní na trávě alebo na fläši...



Obr.10. 3: Obtekanie pásika papiera a vznik periodických vírov (Watanabe, 2002)

Vlnenia vznikajúce na liste

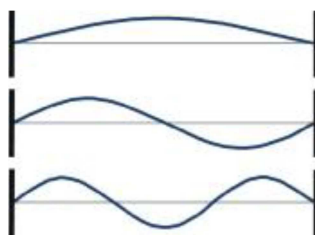
Pri prúde vzduchu na hranu AB listu sa list rozkmitá a vzniká na ňom stojaté vlnenie, ako na strune gitary pri hraní. Takéto stojaté vlnenie vzniká, ak máme v jednom prostredí dve vlnenia rovnakého druhu, s rovnakou vlnovou dĺžkou, ktoré sa šíria opačnými smermi. Superpozíciou týchto dvoch vlnení vznikne zvyčajne dosť nepravidelný pohyb kmitajúceho telesa. Pri vhodnej vlnovej dĺžke vlnenia však nastane kvalitatívne nový druh vlnenia – stojaté vlnenie. Niektoré body prostredia sú stále v pokoji, pričom iné body prostredia kmitajú s rôznymi amplitúdami. Body prostredia, ktoré kmitajú s maximálnymi amplitúdami, nazývame kmitne, body prostredia kmitajúce s nulovými amplitúdami nazývame uzly.



Obr.10. 4: Kmitne a uzly pri stojatom vlnení

List je uchytený na oboch koncoch, teda na oboch koncoch musia byť uzly výsledného stojatého vlnenia. Ak vezmeme do úvahy túto skutočnosť, veľmi ľahko nájdeme vlnové

dĺžky možných stojatých vlnení. Ak si označíme l dĺžku listu, na obrázku vidíme, že ak majú byť na koncoch listu uzly stojatého vlnenia, potom vlnná dĺžka môže nadobúdať iba hodnoty: $\lambda_1 = \frac{1}{2}l$, $\lambda_2 = l$, $\lambda_3 = \frac{3}{2}l$, ... $\lambda_n = \frac{n}{2}l$, kde n je prirodzené číslo.



Obr.10. 5: Stojaté vlnenie na strune s 2 uzavretými koncami

Zvyčajne sa zaujímame viac o frekvencie, s ktorými struny kmitajú, teda o frekvencie príslušných stojatých vlnení. Ak využijeme vzťah $f = \frac{v}{\lambda}$ zistíme, že na napnutej strune s dĺžkou l môžu vzniknúť stojaté vlnenia s frekvenciami

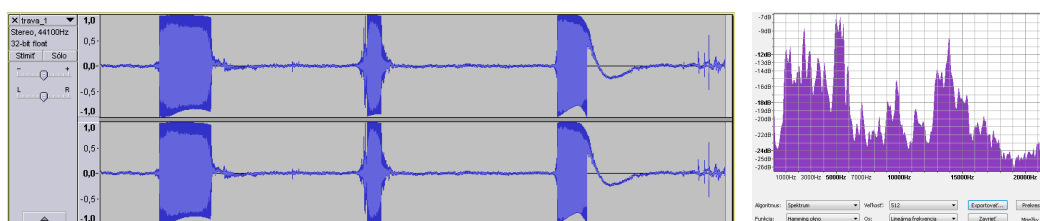
$$f_n = \frac{nv}{2l} \quad (10.1)$$

kde n je prirodzené číslo a v je rýchlosť vlnenia na strune.

Experimentálne zariadenia

Čo všetko by sa dalo pri tejto úlohe preskúmať a aké zariadenia by sa pri tom dali využiť.

1. Vyskúšať pískanie:
 - na listoch z rôznych materiálov: papier, plastový obal, alobal, umelá hmota, rôzne druhy tráv a listov
 - na listoch rôznych veľkostí: krátke, dlhé, užšie, širšie
2. Nahrať vysokorýchlostné video, čelne na ostrie, cez ktoré fúkame a pozorovať oscilácie listu – napr. s kamerou CASIO EXILIM EX-F1, ktorá umožňuje zaznamenávať videá s frekvenciami 300, 600 až 1200 fps
3. Nahrať zvuky produkované listami a spraviť frekvenčnú analýzu, sledovať aké sú tam dominantné frekvencie – napr. s pomocou programu Audacity (obr. 10. 6)



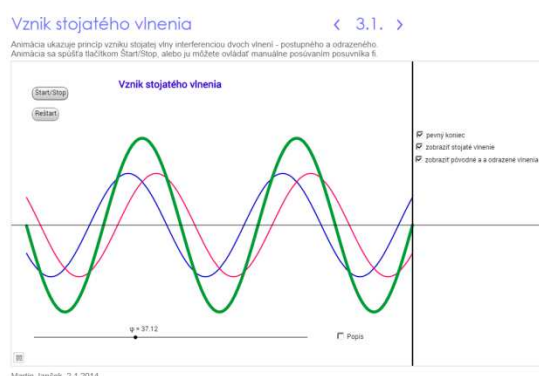
Obr.10. 6: Zvukový záznam pískania na tráve a frekvenčná analýza v programe Audacity

4. Preskúmať vplyv ostria listu (papiera):
Tvar hrany:
 - sledovať pod mikroskopom ako vyzerá hrana listu
 - porovnať hladkú a ostrú hranu s nahrávkami zvukov pre tieto hrany
 Profil listu:
 - meniť rôzne profily listov, papiera a sledovať zvukové nahrávky
 - meniť šírku ostria – vznik kmitania aj v inom smere
 - môžete použiť program a kameru ProScope HR (obr. 10.7)



Obr.10. 7: Fotografia prednej a zadnej strany listu a bočná hrana

5. Merať minimálnu rýchlosť prúdenia, keď už vzniká počuteľný zvuk
6. Modelovať stojatú vlnu na dĺžke a šírke listu trávy – Coach alebo aplety na internete



Obr.10. 8: Aplet na preskúmanie stojatej vlny

<http://www.geogebraTube.org/student/b135178#material/66911>

7. Presúmať problém kmitania vlajky - kmitanie v smere kolmom na hranu AB, čiže v smere AD - na jednom voľnom a jednom uchytenom konci
8. Zostaviť experiment – napnúť list (papier) do svoriek a fúkať fénom na hranu listu – pozorovať kmitanie na ploche – skladanie dvoch vlnení – vzniknu Chladnyho obrazce?

Použitá literatúra

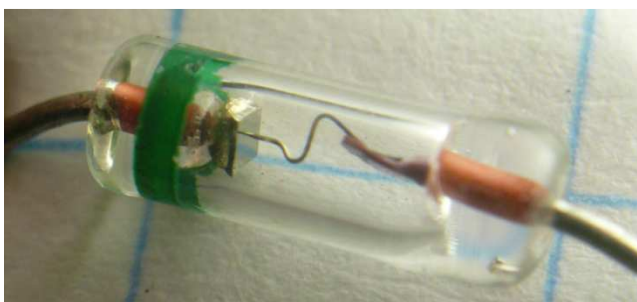
- [1] <http://physedu.science.upjs.sk/kvapaliny/obtekanie.htm>
- [2] http://www.dobraskola.sk/materialy/dls/1037/stoj_vln.pdf
- [3] Y. Watanabe, S. Suzuki, M. Sugihara, and Y. Sueoka. *An experimental study of paper flutter*. J. Fluids Structures 16, 4, 529-542 (2002)

11. Kryštálový detektor

Spracoval Mgr. Peter Štrauch

Zadanie

Prvé polovodičové diódy, často používané v kryštáľkach, pozostávali z tenkého drôtu jemne sa dotýkajúceho polovodičového materiálu, napríklad galenitu. Postavte si podobným spôsobom vlastnú diódu a preskúmajte jej elektrické charakteristiky.



Obr. 11. 1: Kryštálový detektor

poznámka: Kryštálový detektor je nazývaný aj hrotová dióda (pôvod: z tvaru tejto súčiastky). V anglickom jazyku sa zas používa označenie „cat's whisker“ (pôvod: tenký drôtik pripomína mačací fúz).

rada: Materiál môžete získať z už vyrobených zariadení, ale samotný kryštálový detektor vyrobte. Taktiež môžete najskôr vyskúšať preskúmať elektrické charakteristiky kvalitnej kúpenej diódy, aby ste kvalitatívne mohli očakávať priebeh meraní Vášho kryštálového detektora.

Čo je to dióda? Ako funguje kryštálový detektor?

Dióda je polovodičová súčiastka, ktorá využíva vlastnosti prechodu PN, čo znamená, že prepúšťajú prúd len jedným smerom. Vývod vrstvy P sa nazýva anóda a vývod vrstvy N sa nazýva katóda. Aby sa dióda stala vodivou, musí byť aj v priepustnom smere (katóda diódy je pripojená na záporný pól zdroja) prekonané určité prahové napätie (väčšinou okolo 1 V). Až potom je izolujúci PN priechod odstránený. V závernom smere (katóda diódy je pripojená na kladný pól zdroja) dióda prepúšťa len veľmi malý prúd. S rastúcim napätím stúpa prúd len nepatrne. Po prekonaní maximálneho napätia (desiatky až tisíce voltov)

v závernom smere vzrastie prúd natoľko, že môže dôjsť k zničeniu diódy. Diódy, ako ja všetky polovodiče sa neriadia Ohmovým zákonom. [romanove knihy]

Z mikroskopického hľadiska je možné chovanie volt-ampérovej charakteristiky v závernom smere vysvetliť dvoma javmi. Je to Zenerov a lavínový jav. Následkom silného poľa dochádza k vytrhávaniu valenčných elektrónov z väzieb, tieto potom preskakujú

do vodivostného pásma. Tým sa zväčší koncentrácia voľných nosičov náboja, a teda aj

vodivosť polovodiča (odpor klesne). Táto zmena je relatívne veľká pretože do vodivostného pásma odrazu pri istej kritickej hodnote elektrického poľa preniká veľký počet elektrónov. Podstatou lavínového javu je nárazová ionizácia neutrálnych atómov, pri ktorej vzniká voľný elektrón a voľná diera. Nárazovú ionizáciu spôsobujú elektróny urýchlené silným elektrickým poľom, pritom nie všetky elektróny súčasne sa jej zúčastnia. Preto elektrický prúd vzrastá najprv pomaly a až potom dôjde k „prierazu“ ako dôsledok lavínového priebehu ionizácie. Matematicky môžeme V-A charakteristiku diódy vyjadriť funkciou

$$I = I_0(e^{\beta U} - 1), \quad (11.1)$$

kde I_0 je konštanta závislá od vlastností polovodiča a od vlastností prírodných kontaktov, $\beta = e/kT$, kde e je náboj elektrónu, k Boltzmannova konštanta a T absolútna teplota polovodiča. U predstavuje napätie na dióde, prakticky je sústredené na P-N prechode.

Kryštálový detektor je konštruovaný ako polovodičová dosička, na ktorú je pritlačený tenký drôtik. Samotný prechod PN je vytvorený prúdovým impulzom, ktorý vytvorí na rozhraní polovodiča a drôťku malú oblasť vodivosti P. V prípade germániovej diódy (polovodičom je germánium a drôť je vyrobený z wolfrámu, wolfráový hrot je katóda) vzniká oblasť P difundovaním atómov wolfrámu do povrchu polovodičovej germániovej dosičky. V prípade použitia dvojice galenit-bronzový drôť je katódou samotný kryštál a drôť je anódou.

História kryštálového detektoru a jeho využitie

Aj keď výskum týmto smerom začal už na konci 19. storočia, až v roku 1901 získal Jagadis Chandra Bose US patent na bodovo-dotykový polovodičový detektor rádiových vln. Práve vo svojom detektore použil pre detekcia milimetrových elektromagnetických vln galenit. Zároveň boli testované tisíce vzoriek kryštálov a kremíkové kryštály od firmy Westinghouse priniesli jedny z najlepších výsledkov. V roku 1906 bol Greenleafovi W. Pickardovi udelený US patent na kremíkový bodovo-dotykový detektor. S postupným vývojom elektroniky nastali od roku 1920 výrazné pokroky v posielaní a prijímaní audio signálu.

Použitie týchto kryštálových detektorov bolo potrebné v kryštáľkoch, čo sú prvé rádiové prijímače (v anglickom jazyku: crystal radio). K ich využitiu ich predurčuje to, že sa radia medzi vysokofrekvenčné diódy. Ich PN prechod je tvorený dvojicou polovodič-kov a keďže sa nosiče náboja pohybujú v kove omnoho rýchlejšie, oblasť prechodu sa veľmi rýchlo vyprázdňuje.

Ingrediencie a návrhy pre výrobu

Kryštálový detektor pozostáva z dvoch hlavných častí, a to z polovodičového kryštálu a tenkého kovového drôťka.

Ako polovodičový kryštál sa dá použiť galenit, germánium, molybdenit, kremík, karbid kremičitý, pyrit, ale hrdzavé predmety vykazujú polovodičový charakter v dôsledku vrstvy oxidu na ich povrchu. Keďže galenit je ruda a obsahuje množstvo prímiesových prvkov, ktoré znižujú kvalitu materiálu, tak nie všetky kryštály galenitu sú kvalitné. Na výslednú kvalitu kryštálového detektora má vplyv aj samotný kontakt spojovacieho vodiča

a polovodičového kryštálu. Dobrý kontakt kryštálu a spojovacieho vodiča je zaručený buď namontovaním skrutky, alebo spájkou. Treba však dbať na to, že teplota tavenia cínovej spájky (okolo 232 °C) je pomerne dosť vysoká na to, aby mohol byť polovodičový kryštál poškodený. Na spájkovanie teda treba použiť iný kov s nižšou teplotou tavenia, napr. Woodův kov (60 - 70 °C).

Pružný tenký kovový drôtik môže byť vyrobený z bronzovej zliatiny (99 % bronzu a 1 % fosforu – fosfor zvyšuje pružnosť drôtu), zlata, grafitu alebo wolfrámu. Najjednoduchšie kryštálové detektory obsahovali rovný drôtik, ale ohnutý drôtik alebo drôtik stočený do pružiny zabezpečuje vhodný tlak drôtika o kryštál a zároveň zabezpečuje dotyk

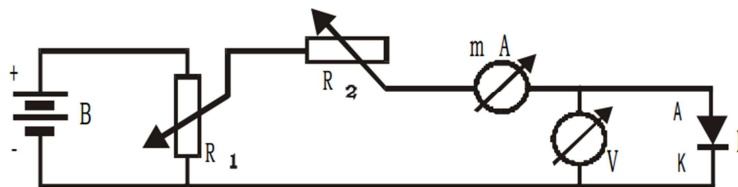
aj počas vibrácií. Prívetký tlak spôsobí prechod prúdu v oboch smeroch a pri príliš slabom dotyku prechod prúdu nenastane. Niekedy treba nájsť najcitlivejšie miesto kryštálu pre dotyk drôtu.

Kryštálový detektor je väčšinou vložený do skleneného púzdra, pričom poloha katódy je zvýraznená farebným označením, viď obr. 11. 1.

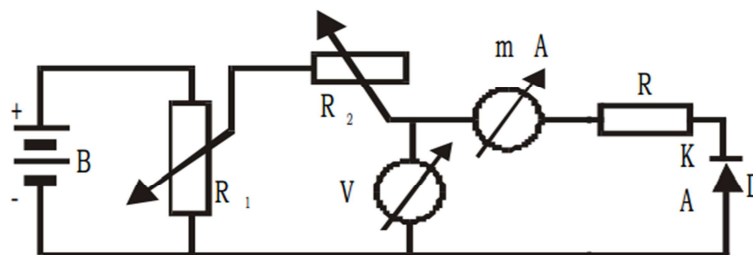
Pre zostrojenie obvodu sú potrebné ešte spojovacie vodiče, zdroj jednosmerného napätia, potenciometer, prípadne aj rezistor. Pre meranie prúdu a napätia je potrebné do obvodu ešte začleniť ampérmeter a voltmeter s meniteľným rozsahom.

Čo a ako merať?

Pre meranie je potrebné použiť jednosmerný prúd a napätie. Ako zdroj je vhodné použiť napäťový zdroj, pretože pre meranie potrebujeme meniť napätie (nezávislá veličina) a skúmať, aký prúd (závislá veličina) bude kryštálovým detektorom prechádzať. Prípadne môžeme meniť napätie potenciometrom.



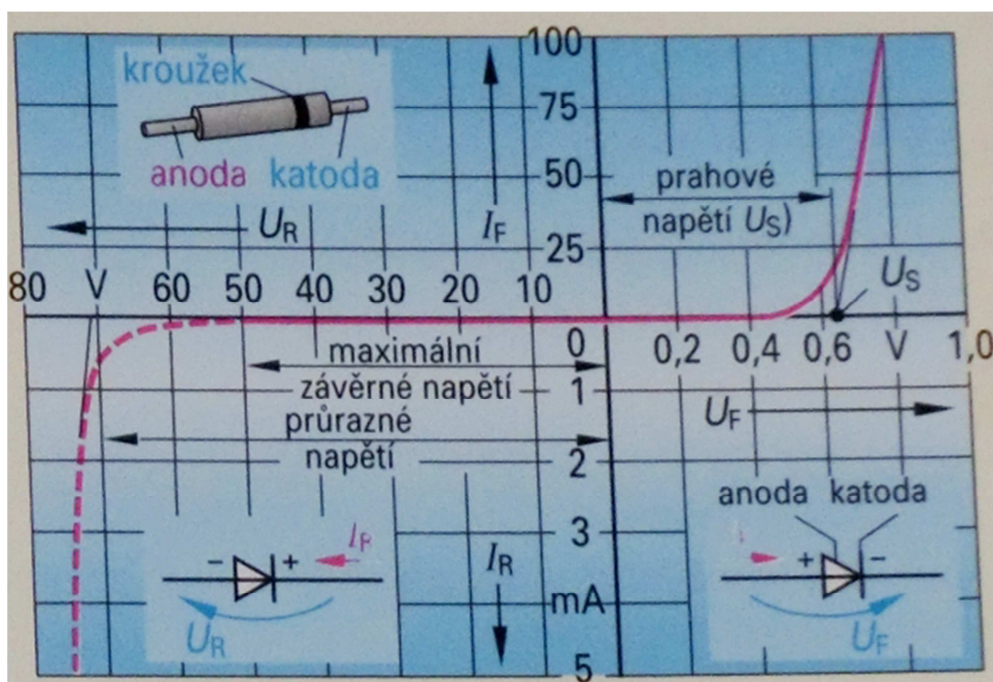
Obr. 11. 2: Schéma zapojenia diódy do obvodu v priepustnom smere



Obr. 11. 3: Schéma zapojenia diódy do obvodu v závernom smere

Komplexným meraním polovodičových diód je V–A charakteristika, pri ktorej je meraný prúd aj napätie v priepustnom aj závernom smere. Taktiež by mala zachycovať merania pri nízkych prúdoch v priepustnom smere, kde bude ukázaná existencia prahového napätia potrebného na uvedenie diódy do vodivého stavu. Pozor treba dávať pri meraniach

s vysokými napätiami v priepustnom aj závernom smere. Ako už bolo spomínané, pri vysokých napätíach v závernom smere nastáva prieraz a prúd extrémne narastá z veľmi malých, skoro nemerateľných hodnôt na veľmi vysoké. Pri dlhšom trvaní takéhoto vysokého prúdu sa dióda zničí.



Obr. 11. 4: V–A charakteristika kremíkovej diódy BAY 44

Názorné by bolo urobiť meranie so striedavým prúdom, kde by kryštálový detektor plnil úlohu diódy. Striedavý prúd by prešiel z harmonického priebehu na pulzujúci.

Tiež by bolo zaujímavé merať pracovnú teplotu diódy, keďže sme spomínali že teplota tavenia cínovej spájky by poškodila polovodič.

Použitá literatúra

- [1]
- [2]
- [3] ŠTELINA, Július. MERANIE VOLT-AMPÉROVÝCH CHARAKTERISTÍK POLOVODIČOVÝCH DIÓD. [online]. [cit. 2014-11-10]. Dostupné z: <http://fyzika.utc.sk/praktika/Ulohy/vacharakteristika.pdf>
- [4] VF diody (hrotové). FAKULTA BIOMEDICÍNSKEHO INŽENÝRSVÍ. POPULÁRNĚ NAUČNÝ PORTÁL [online]. [cit. 2014-11-10].
<http://popular.fbmi.cvut.cz/elektrotechnika/Stranky/VF%20diody%20%28hrotov%C3%A9%29.aspx>
- [5] Computer History Museum. Semiconductor Rectifiers Patented as "Cat's Whisker" Detectors [online]. [cit. 2014-11-10]. Dostupné
<http://www.computerhistory.org/semiconductor/timeline/1901-semiconductor.html>
- [6] Cat's-whisker detector. In: Wikipedia: the free encyclopedia [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2014-11-10].
http://en.wikipedia.org/wiki/Cat's-whisker_detector

Ďalšia literatúra

- [7] <http://www.umel.feec.vutbr.cz/~bousek/eso/tabL6.pdf>
- [8] <http://www.spsemoh.cz/vyuka/zel/diody.htm>
- [9] <http://www.crystalradio.net/minerals/GALENA.PDF>
- [10] <http://goo.gl/hDmZAH>
- [11] <http://earlyradiohistory.us/1917de.htm>
- [12] <https://www.youtube.com/watch?v=0-PParSmwtE>

Návody na výrobu

- [13] <http://goo.gl/USQD3J>
- [14] <http://goo.gl/OCjQXs>
- [15] <http://goo.gl/BqE9D2>

12.Hrubá šošovka

Spracovala RNDr. Ľudmila Onderová, PhD.

Zadanie úlohy

Fľaša naplnená tekutinou môže pôsobiť ako šošovka. Vraví sa, že za slnečného dňa môže byť nebezpečné ponechať plnú fľašu na stole. Je možné takouto šošovkou pripáliť povrch?

Čo sa deje pri zapálení?

Zaoblená fľaša naplnená čírou kvapalinou môže fungovať ako hrubá šošovka. Slnečné lúče prechádzajú sférickou fľašou vody a pri správnom tvare fľaše sa sústredia do veľmi horúceho ohniska. Valcová fľaša by lúče sústredila pozdĺž línie, no pravdepodobne nie natoľko, aby spôsobila požiar. Malý guľový tvar ako je dažďová kvapka zasa nesústredí dostatočné množstvo energie k zapáleniu materiálu. Dokonca aj dobrá sklenená šošovka o veľkosti 1 palca zaostrujúca na zápalný materiál nemusí spôsobiť požiar. Hlavnú úlohu zohráva poloha slnka. Skoro ráno, alebo v predvečer by sústredený bod mohol zapáliť blízke predmety, záclony,... Dopoludnia alebo popoludní, keď je slnko pod väčším uhlom, sústredený bod môže byť iba mimo dna nádoby. Na poludnie, keď je slnko nad hlavou by malo byť aktívne miesto bezprostredne pod fľašou, avšak nedostatočne sústredené, málo horúce a s nedostatkom kyslíka potrebného k horeniu.



Obr. 12. 1: Príklad vytvorenia hrubej šošovky

Zostrojenie hrubej šošovky

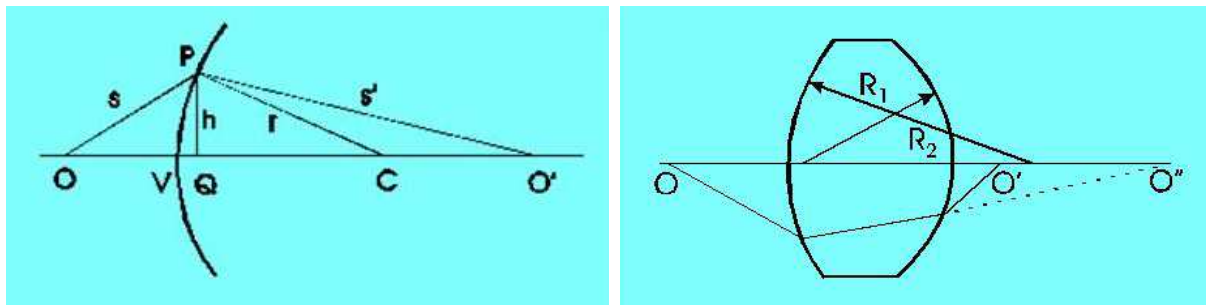
Efektívnu šošovku možno vytvoriť pomocou priehľadnej nádoby guľového tvaru ako je vnútro žiarovky, priehľadné igelitové vrecúško (obr. 12. 1 vpravo), fólia natiahnutá na pevný rámik (obr. 12. 1 vľavo). Ako výplň použijeme vodu. Predmet alebo povrch, ktorý chceme zapáliť musí byť umiestnený do ohniska takto vytvorenej šošovky. Ako svetelný zdroj využívame slnko.

Požiadavky vedúce k zapáleniu predmetu:

- Guľový tvar priehľadnej nádoby o rozmere niekoľko centimetrov v priemere
- Čistá výplň ako je voda, víno, olivový olej
- Horľavý materiál v ohnisku

Hrubé šošovky

Šošovka je tvorená dvomi povrchmi (vo všeobecnosti) s rôznymi krivosťami povrchu. Priestor medzi nimi je vyplnený sklom, prípadne iným materiálom s dostatočne vysokým indexom lomu, ktorý označíme n .



Obr. 12. 2: Gul'ová plocha oddel'ujúca dve prostredia s rôznymi indexmi lomu (vľavo): vzduch-sklo / vzduch-voda a princíp hrubej šošovky (vpravo)

Na tejto sústave chceme študovať problém prechodu svetelného lúča z bodu O do bodu O' . Na začiatku sa to môže zdať zložité, ale dá sa to urobiť celkom jednoducho. Najskôr použijeme vzťah odvodený v [1]

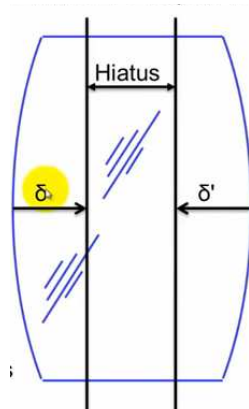
$$\frac{1}{s} + \frac{n}{s'} = \frac{n-1}{r} \quad (12.1)$$

pre prvý povrch a zabudneme na ten druhý. Ten nám povie, že svetlo sa bude zbiehať v bode O'' . Na dráhe lúča bude ležať nový povrch oddel'ujúci sklo a vzduch. Znovu použijeme ten istý vzťah a ten nám povie že lúč sa v skutočnosti dostane do bodu O' . Tento postup možno použiť na ľubovoľný počet povrchov. Samozrejme existujú veľmi presné (a zložité) vzťahy, ktoré umožňujú riešiť tento problém priamo, ale predchádzajúci postup je dostatočne účinný a možno ho s výhodou použiť pri počítačovej simulácii.

Princíp rovinnej šošovky

Princíp rovinnej šošovky podľa [6]

$$\delta = -t \frac{F}{R'} \frac{n-1}{n}$$



$$\delta' = -t \frac{F}{R} \frac{n-1}{n}$$

t = hrúbka šošovky

F = ohnisková vzdialenosť šošovky (hrubá)

n = index lomu

R = predný polomer

R' = zadný polomer

Ďalší prístup

Meranie ohniska môžeme aj pomocou viačlúčového lasera Laser Ray Box, ktorým svietime cez sklenenú nádobu naplnenú vodou, pričom pozorujeme zbiehavosť laserových lúčov. Postupne meníme hustotu vody – pridávaním soli, alebo cukru a pozorujeme zmenu polohy ohniska, či jeho ostrosť. Takto môžeme pozorovať aj smer šírenia odrazených a lomených lúčov.

Parametre ovplyvňujúce zobrazovanie šošovkou

- Hrúbka šošovky
- index lomu šošovky a prostredia
- vrcholy lámavých plôch
- polomery krivosti
- vzdialenosť hlavných rovín

Čo s úlohou?

Základom je úspešné zrealizovanie experimentu, ktoré vyžaduje zvážiť od čoho všetkého výsledok závisí:

- Tvar fľaše: valcová šošovka nevyhovuje – prečo?
zagul'atené fľaše, vrchná časť valcovej fľaše s vhodným priemerom
- Farba fľaše: iba priesvitné fľaše, nie farebné, tie časť svetla pohlcujú
- Materiál fľaše: plast, sklo rôznej hrúbky
- Náplň fľaše: priesvitná tekutina - voda, glycerín, olej, víno,...
- Zapalovaný materiál: druh – papier, drevo, slama, ...
farba – svetlá, tmavá
- Svetelný zdroj: slnečné žiarenie – realizácia experimentu iba cez deň počas slnečných dní
iný výkonný svetelný zdroj – reflektor, žiarovka
- Poloha: vzdialenosť šošovka – zapalovaný materiál
- Časový faktor – aké dlhé pôsobenie
– akú účinnosť vieme dosiahnuť a na aké využitie (ohrev vody),
rozmery takéhoto zariadenia
- Teplota v mieste ohniska šošovky – jej meranie a porovnanie so zápalnou teplotou jednotlivých materiálov (meranie teploty pomocou infračerveného teplomera)
- Na základe výsledkov realizovaných experimentov posúdenie nebezpečnosti – návrh opatrení

Použitá literatúra

- [1] <http://kf-lin.elf.stuba.sk/~ballo/fyzika/Kapitola19-final.htm>
- [2] Start a Fire With a Water Bottle (youtube.com, from Grant Thompson, 18.12.2012),
<http://youtu.be/QwQJ-3pZfwc>
- [3] 5 Ways to Start a Fire, Using Water (youtube.com, from Grant Thompson - "The king ofRandom", 27.09.2013), <http://youtu.be/HCyHC7lnMyQ>

- [4] Jim Blackburn. Water Filled Jugs Can Cause Fires (DAC, 2010),
<http://www.azfcf.org/docs/DAC/Water-Filled-Jugs.Blackburn.pdf>
- [5] Wikipedia: Cylindrical lens, https://en.wikipedia.org/wiki/Cylindrical_lens
- [6] Optics Tutorial - 8 - Cardinal Points (youtube.com, from opticsrealm, 06.12.2012),
<http://youtu.be/Hm3ZWI6I6pI>
- [7] W. F. Long. Thick lenses and lens systems (drdrbill.com, 2007),
<http://www.drdrbill.com/downloads/optics/geometric-optics/Thick Lenses.pdf>

13. Magnetické kyvadlo

Spracoval doc. RNDr. Martin Plesch, PhD.

Zadanie úlohy

Vytvorte ľahké kyvadlo s magnetom na voľnom konci. Blízky elektromagnet pripojený na striedavý zdroj napätia s frekvenciou podstatne vyššou než sú vlastné kmity kyvadla môže vyvolať netlmené kmity kyvadla s rôznymi amplitúdami. Preskúmajte a vysvetlite tento jav.

Definícia základného problému

Predpokladáme model fyzikálneho kyvadla, kde je magnet zavesený na dlhšej tyči, ktorá umožňuje kmity okolo jednej osi. Predpokladáme, že magnet je umiestnený zvisle, teda napr. severný pól je smerovaný hore a južný dole. Elektromagnet je umiestnený čo najbližšie k stacionárnej pozícii kyvadla tak, aby nebránil kyvadlu v pohybe. Tiež je umiestnený zvisle tak, že podľa smeru pretekajúceho prúdu vzniká striedavo hore severný a južný pól, opačný pól vždy vzniká dole.

Fyzikálne kyvadlo

Predpokladajme hmotnosť magnetu M , dĺžku tyče, na ktorej je zavesený l a jej hmotnosť m . Predpokladajme tiež, že priečne rozmery tyče sú zanedbateľné voči l . V takom prípade je moment zotrvačnosti fyzikálneho kyvadla možné aproximovať na

$$J = (M + \frac{1}{3}m)l^2. \quad (13.1)$$

Pre určenie periódy jeho vlastných kmitov použijeme vzorec

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mga}}, \quad (13.2)$$

pričom a je vzdialenosť osi otáčania od ťažiska. Táto je v našom prípade

$$a = \frac{Ml + \frac{1}{2}ml}{M + m}, \quad (13.3)$$

čo po dosadení dáva periódu

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \sqrt{\frac{M + \frac{1}{3}m}{M + \frac{1}{2}m}}}. \quad (13.4)$$

Je zrejmé, že sa jedná o periódu matematického kyvadla s dĺžkou l , korigovanú koeficientom menším ako 1.

Pohyb kyvadla

Rovnica malých kmitov kyvadla pre uhol vychýlenia tyče sa dá zapísať vo forme

$$\phi = \Phi \sin \left[\frac{2\pi}{T} t \right] \quad (13.5)$$

a z nej sa dá odvodiť približná výchylka vo vodorovnom smere v závislosti od času

$$x = \Phi l \sin \left[\frac{2\pi}{T} t \right]. \quad (13.6)$$

Vplyv magnetu

Po zapnutí elektromagnetu začína tento interagovať s magnetom zaveseným na kyvadle. Jedná sa (v rozumnom priblížení) o interakciu dvoch magnetických dipólov, pričom oba smerujú zvislo, veľkosť jedného je konštantná a veľkosť druhého (elektromagnetu) sa periodicky mení. Všeobecný zápis sily medzi dipólmi je komplikovaný, preto sa obmedzíme na priblíženie, ktoré je pre problém podstatné. Bude nás pritom zaujímať len vodorovná zložka sily.

Nech je dipólový moment permanentného magnetu $\mathbf{m}_1$ a amplitúda dipólového momentu elektromagnetu $\mathbf{M}_2$, pričom predpokladáme, že tento moment sa harmonicky mení

$$m_2 = M_2 \sin\left(2\pi \frac{t}{T_E} + \phi\right), \quad (13.7)$$

pričom zo zadania predpokladáme $\omega \ll \frac{1}{T}$. Nech je zvislá vzdialenosť stredov oboch magnetov $\mathbf{z}$. Potom bude výsledná vodorovná zložka sily na seba pôsobiacich magnetov, ak sú vo vodorovnej vzdialenosti $\mathbf{x}$ od seba,

$$F = \frac{3\mu_0}{4\pi(z^2 + x^2)^{5/2}} \left[m_1 m_2 x \frac{6z^2 + x^2}{z^2 + x^2} \right]. \quad (13.8)$$

Pozrime sa teraz na to, aký vplyv bude mať táto sila na rýchlosť kyvadla po jeho „prejazde“ okolo elektromagnetu. Ako je vidieť z rovnice (13.8), sila klesá s vysokou mocninou x a bude relevantná teda len v blízkom okolí elektromagnetu. Na druhej strane ale pre nulové x je nulová. Maximá nadobúda v prípadoch, keď je x rádovo podobne veľké ako z , presné výpočty (derivácia (13.8) podľa x a postavenie derivácie rovnej nule) ukazujú na $x = \pm 0,42z$.

Je tiež zrejmé, že rovnica je nepárna pri zámene x na $-x$, teda sila zmení znamienko. Pre konštantné $\mathbf{m}_2$ by teda celkový integrál sily bol nulový a rýchlosť závažia by sa nemenila. Naopak celkový integrál sily bude maximálny, ak (veľmi približne) zmení $\mathbf{m}_2$ znamienko práve za čas, kým sa x zmení zo $0,42z$ na $-0,42z$. Fyzikálne sa to dá predstaviť tak, že kým sa magnet približuje k elektromagnetu, elektromagnet ho priťahuje, a v momente keď elektromagnet odchádza, elektromagnet ho bude odpudzovať.

Rýchlosť pohybu magnetu v najnižšom bode je

$$v_x = \Phi l \frac{2\pi}{T} \quad (13.9)$$

a požiadavka na periódu T_E je

$$T_E \cong 0,84 \frac{z}{v_x}. \quad (13.10)$$

Z toho dostávame vzťah medzi periódou kmitov elektromagnetu T_E a amplitúdou kmitov kyvadla Φ

$$T_E \cong 0,84 \frac{z}{\Phi \sqrt{lg}} \sqrt{\frac{M + \frac{1}{2}m}{M + \frac{1}{3}m}} . \quad (13.11)$$

Týmto sme splnili ale zatiaľ len nutnú podmienku pre to, aby závažie mohlo pri prelete zrýchliť. Rovnako dobre sa totiž môže stať, že závažie pri splnení tejto podmienky spomalí, lebo pri príchode bude odpudzované a pri odchode priťahované. Musíme teda splniť ďalšiu podmienku, ktorá je (opäť veľmi približne) daná tým, že pol-periódka kmitov kyvadla je násobkom periódiky kmitov elektromagnetu

$$\frac{1}{2}T = kT_E . \quad (13.12)$$

Rovnica (13.12) nám zabezpečí, že ak v čase 0 bolo kyvadlo v najnižšom bode a začínalo byť odpudzované, tak začne byť odpudzované aj po uplynutí presne polovice periódiky jeho kmitov, kedy bude zasa dole. Dosadením do rovnice (13.10) v kombinácii s rovnicou (13.9) dostaneme podmienku

$$T_E \cong 0,84 \frac{z}{2\pi\Phi l} kT_E \quad (13.13)$$

pre ľubovoľné k . Úpravou dostávame

$$\Phi \cong 0,84 \frac{z}{2\pi l} k . \quad (13.14)$$

Znamená to, že exaktná kladná spätná väzba (teda rozkmitávanie kyvadla) nastáva iba pri istých (kvantovaných) amplitúdach kmitov. Samozrejme aj v okolí týchto amplitúd môže byť spätná väzba kladná, na druhej strane ale medzi dvoma kladnými spätnými väzbami je vždy záporná spätná väzba, preto kyvadlo nemôže spontánne prechádzať do vyšších amplitúd. Existuje tiež minimálna amplitúda ($k=1$), pri ktorej efekt nastane, pre $z \ll l$ je však veľmi malá.

Kvantitatívne riešenie

Vyššie uvedené úvahy sú však len kvalitatívneho charakteru a nevedia napríklad odpovedať na otázku, nakoľko sa kyvadlo urýchli a teda či to bude napríklad dostatočné na kompenzáciu rozumných strát spôsobených trením. Na to je potrebné urobiť plnú analýzu pohybu.

V rozumnom priblížení budeme pracovať s konštantnou rýchlosťou kyvadla pri prechode okolo magnetu a pozrieme sa na to, aký bude integrál elektromagnetickej sily. Máme v zásade dve možnosti, môžeme integrovať po dráhe (a získať zmenu energie) a integrovať cez čas (a získať zmenu momentu hybnosti). Keďže magnetický moment je explicitne závislý od času, javí sa jednoduchšie integrovať cez čas a závislosť polohy x od času vyriešiť pomocou priblíženia konštantnej rýchlosti. Tiež vzhľadom na to, že sila je pre veľké x veľmi malá, môžeme si dovoliť zjednodušenie a integrovať od mínus nekonečna do nekonečna – toto priblíženie fyzikálne zodpovedá tomu, ako keby sme vodorovne posúvali magnet konštantnou rýchlosťou okolo elektromagnetu a spočítali, aký bude integrál sily počas tohto času.

Kombináciou rovníc (13.8) a (13.7) dostávame

$$F = \frac{3\mu_0 (6z^2 + v_x^2 t^2)}{4\pi (z^2 + v_x^2 t^2)^{7/2}} m_1 M_2 \sin\left(\frac{2\pi t}{T_E} + \phi\right) v_x t . \quad (13.15)$$

Integrál (13.15) je možné riešiť numericky a výsledné riešenie použiť na analýzu pohybu. Je tiež možné riešiť príklad kompletne numericky, teda v každom okamihu spočítať silu pôsobiacu na magnet (13.8), spočítať zrýchlenie magnetu a jeho rýchlosť. V ďalšom kroku je možné upustiť od aproximácie vodorovného pohybu magnetu a riešiť kompletnú dvojrozmernú rovnicu pre silu magnetov.

Rozšírenia zadania

Je možné uvažovať magnet zavesený na niti. V tomto prípade je riziko, že magnet pri prechode cez najnižšiu polohu „poskočí“, lebo bude odpudzovaný silou väčšou ako súčet gravitačnej a odstredivej sily. Tiež v tomto prípade je nutné zvažovať aj pohyb v treťom rozmere (dopredu – dozadu).

Rovnako je možné uvažovať inak ako zvislo orientované magnety, prípadne mierne vyosenie magnetov a iné umiestnenie elektromagnetu (napríklad zboku).

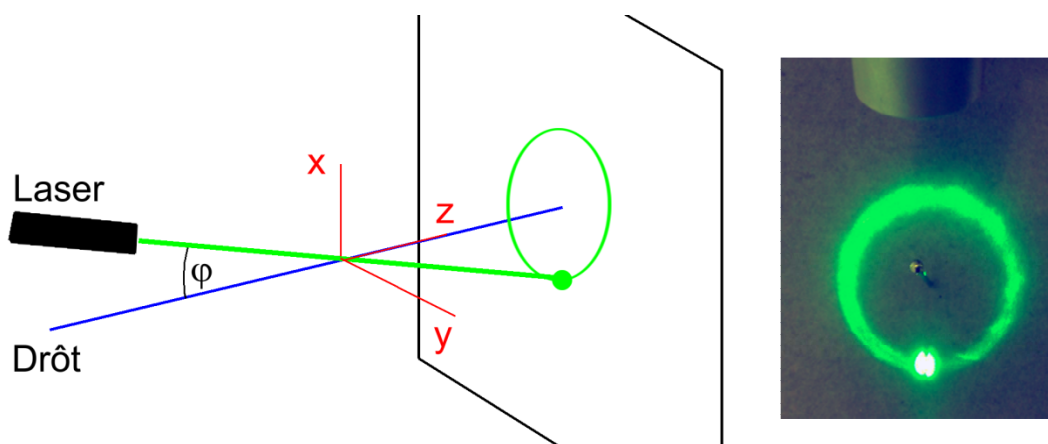
14. Kruh svetla

Spracoval doc. RNDr. František Kundracik, CSc.

Zadanie úlohy

Ak namierime laserový lúč na drôt, na tienidlo umiestnenom kolmo na drôt môžeme pozorovať kruhový obraz. Vysvetlite jav a jeho závislosť od relevantných parametrov.

Usporiadanie experimentu:



Obr. 14. 1: Usporiadanie experimentu (vľavo) a fotografia kruhového vzoru pri osvetlení špendlíka (vpravo)

Drôt umiestnime kolmo na tienidlo, napríklad tenkú ihlicu na štrikovanie zapichneme do bieleho polystyrénu (obr. 14.1). Lúč z laserového ukazovadla nasmerujeme tak, že zasiahne drôt. Keďže drôt je tenký, väčšia časť lúča ho minie a na tienidle urobí jasne žiariacu škvrnu. Lúče, ktoré drôt zasiahnu, sa od neho odrazia a vytvoria na tienidle kruhový obrazec. Všimnite si tiež tieň, ktorý vrhá drôt (špendlík) a ktorý žiariacu škvrnu rozdeľuje na dve časti.

Vysvetlenie vzniku obrazca.

Je obrazec naozaj kružnicou? Od čoho závisí polomer obrazca? Odpoveď na tieto otázky nájdeme iba tak, že precízne vypočítame, ktorým smerom sa lúče od drôtu odrazia a v ktorom mieste zasiahnu tienidlo.

Súradnicovú sústavu si zvolíme tak, že jej počiatok je v mieste dotyku lúča s tenkým drôtom (keďže drôt je tenký, možno oblasť dotyku považovať za bod). Os z má smer drôtu a tienidlo sa nachádza vo vzdialenosti L od miesta dotyku (rovina tienidla má $z = L$). Os x smeruje nahor a os y tak, aby súradnicová sústava bola pravotočivá.

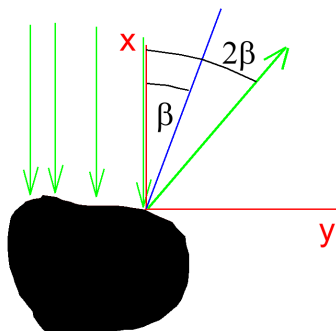
Na valcový drôt dopadá rovnobežný zväzok lúčov (obr. 14.2). Jeho smerový vektor má pred dopadom (pozri obr. 14.1) zložky

$$\vec{a} = (-\sin \varphi; 0; \cos \varphi)$$

Nech lúč dopadá na vodič v mieste, ktorého normála na povrch drôtu zvierá s osou x uhol β (obr. 2). Samozrejme, odraz môže nastať iba na miestach, pre ktoré platí

$$-90^\circ < \beta < 90^\circ$$

Odrazený lúč bude mať smer, ktorý s osou x zvierá uhol 2β (hovoríme o priemete do roviny $z = 0$).



Obr. 14. 2: Odraz lúča od povrchu drôtu v rovine $z=0$

Zložky smerového vektora odrazeného lúča teda budú

$$\vec{b} = (-a_x \cos 2\beta; a_x \sin 2\beta; a_z) = (\sin \varphi \cos 2\beta; \sin \varphi \sin 2\beta; \cos \varphi)$$

Parametrická rovnica priamky, po ktorej sa pohybuje odrazený lúč, je

$$x = 0 + b_x t = t \sin \varphi \cos 2\beta$$

$$y = 0 + b_y t = t \sin \varphi \sin 2\beta$$

$$z = 0 + b_z t = t \cos \varphi$$

Priamka (lúč) pretne tienidlo ($z = L$) pre hodnotu parametra t

$$L = t \cos \varphi \quad \text{teda} \quad t = \frac{L}{\cos \varphi}$$

Odrazený lúč teda dopadne na tienidlo v bode

$$x = L \tan \varphi \cos 2\beta$$

$$y = L \tan \varphi \sin 2\beta$$

Pre každú hodnotu $-90^\circ < \beta < 90^\circ$ bude bod dopadu lúča na tienidlo iný. Budú body ležať na kružnici? Jednoduchou úpravou rovníc dostávame:

$$x^2 = (L \tan \varphi)^2 \cos^2 2\beta$$

$$y^2 = (L \tan \varphi)^2 \sin^2 2\beta$$

A po ich sčítaní (súčet druhých mocnín sínusu a kosínusu toho istého uhla sa rovná jednej) dostávame rovnicu kružnice

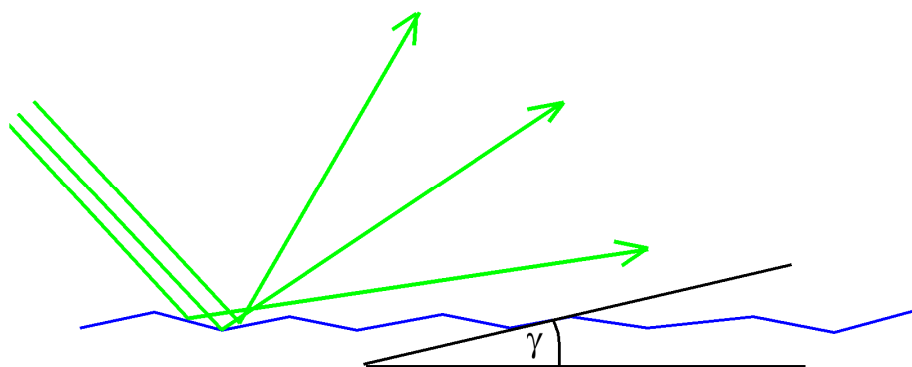
$$x^2 + y^2 = (L \tan \varphi)^2 \quad (14.1)$$

Obrazec bude mať teda tvar kružnice so stredom v mieste dotyku drôtu s tienidlom. Polomer kružnice je $r = L \tan \varphi$. Z toho vyplýva, že kružnica prechádza jasným bodom vytvoreným neodrazenými lúčmi (viď obr. 1).

To snád' nie je všetko?

Úloha vyzerá dosť nudne – výsledkom je kružnica bez ohľadu na tvar prierezu drôtu (drôt nemusí byť valcový, stačí aby odrážal svetlo všetkými smermi). Naozaj sa nijako neprejaví, ak drôt nebude valcový, ale napríklad eliptický? Prejaví – v rozdelení jasú. Ak bude prierez drôtu taký, že väčšia časť jeho povrchu bude odrážať svetlo jedným smerom, príslušná časť kružnice bude jasnejšia. Ak zmeriate jas kružnice v jej rôznych miestach, budete môcť odhadnúť, aký tvar mal vodič (či bol valcový, eliptický, štvorcový a podobne). Vzťah pre jas kružnice sa pre valcový vodič dá pomerne jednoducho odvodiť, skúste to.

Na kružnici sa prejaví aj nerovnomernosť povrchu drôtu. Ak je drsný a priemerný sklon "kopcov a údolí" na jeho povrchu nech je γ (obr. 14. 3), potom kružnica bude zhrubnutá.



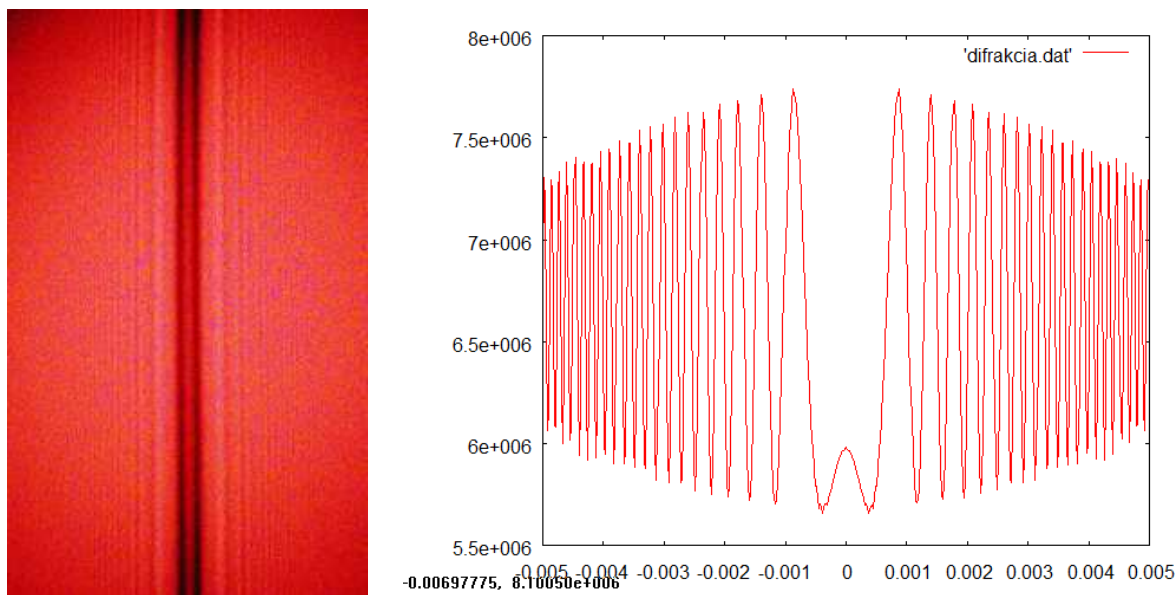
Obr. 14. 3: Odraz lúča od nerovného povrchu

Ľahko odhadneme, že hrúbka kružnice bude asi $4L\gamma$ (platí pre malé uhly γ vyjadrené v radiánoch), presnejší vzťah iste nájdete sami. Ak zmeriate priečny profil jasú kružnice, získate informáciu o drsnosti povrchu.

Drôt má byť tenký. Nenastávajú na tenkom drôte aj iné efekty? Ak bude drôt naozaj tenký (porovnateľný s vlnovou dĺžkou svetla, teda najviac zopár desiatok mikrometrov), môže na ňom dochádzať k ohybu svetla. Ohyb dobre vidno na tieni drôtu (v jasnej škvŕne, ktorú tieň rozdelil na dve časti – obr. 14. 1). Pri podrobnom pohľade (a naozaj tenkom drôte alebo inom lesklom tenkom vlákne) uvidíte, že tieň je lemovaný prúžkami (obr. 14. 4). Azda najzaujímavejšie je zistenie, že najtmavší nie je tieň vo svojom strede – tam je naopak pomerne slabý. Je možné, že ohyb svetla sa prejaví aj na kružnici tvorenej odrazenými lúčmi, treba to preskúmať.

Experimentálne zariadenie

Experimentálne je úloha pomerne jednoduchá. Vystačíte s laserovým ukazovadlom (alebo školským laserom) a jednoduchou mechanickou konštrukciou. Obrázec môžete vytvárať priamo na milimetrovom papieri a tak ho presne merať. Jas obrazca sa dá najjednoduchšie zmerať tak, že obrázec odfotíte kvalitnejším fotoaparátom, ktorý umožňuje zaznamenať originálne (tzv. RAW) dáta zo snímaka. Z takýchto dát môžete získať neskreslený jas obrazca. Slúžia na to rôzne programy, začať môžete napríklad programom DCRAW (<http://www.cybercom.net/~dcoffin/dcraw/>). K dispozícii je aj skompilovaná verzia pre OS Windows (aj 64 bitový).



Obr. 14. 4: Ohyb svetla na tenkom drôtku. Vľavo: fotografia (Zdroj: http://www.physics.montana.edu/demonstrations/apparatus/6_optics/demos/thinwirediffraction.html) Vpravo: Teoretický numerický výpočet programom uvedeným v literatúre http://www.dep.fmph.uniba.sk/mambo/images/stories/books/ZakladyProgramovania/cvicenie_10.pdf

15. Pohybujúca sa kefa

Spracoval doc. RNDr. Martin Plesch, PhD.

Zadanie úlohy

Kefa položená na vodorovný vibrujúci povrch sa môže začať pohybovať – preskúmajte jej pohyb.

Definícia problému

Pôvodne navrhovaný problém bol v definícii oveľa konkrétnejší – hovorilo sa o kefe pohybujúcej sa po povrchu práčky počas odstred'ovania. V tomto prípade kefa za istých okolností vykonáva makroskopický vodorovný pohyb. Z kontextu úlohy jednoznačne vyplýva, že sa nezaujímate o mikroskopické pohyby vykonávané v priamom dôsledku vibrácie, ale o celkový pohyb kefy po povrchu, pričom prekonaná dráha je podstatne väčšia ako je amplitúda vibračného pohybu.

Vibrácie

Zadanie neurčuje jednoznačne, aký typ vibrácií sa má skúmať. V zásade je možné identifikovať tri prípady – vodorovné vibrácie, zvislé vibrácie a ich kombináciu. Pri vodorovných vibráciách sa môže jednať o vibrácie v jednom smere, alebo kruhové, resp. elipsoidné vibrácie. Budeme však skúmať len kombináciu zvislých a vodorovných vibrácií v jednom smere, lebo pridanie ďalšieho rozmeru do pohybu neprináša žiadne principiálne nové efekty.

Definujme frekvenciu kmitania f , horizontálnu a vertikálnu amplitúdu h a v a fázový posun ϕ . Môžeme zapísať polohu referenčného bodu povrchu práčky v súradniciach $[x, z]$, zodpovedajúcim vodorovnému a zvislému pohybu

$$[h \sin(2\pi ft), v \sin(2\pi ft + \phi)]. \quad (15.1)$$

Povrch teda vytvára neinerciálnu vzťahnú sústavu a ak je na ňom položený nejaký objekt, pôsobia naňho (okrem gravitačného zrýchlenia) zotrvačné sily. Celkové sily pôsobiace na objekt o hmotnosti m sa dajú zistiť pomocou druhej derivácie polohy referenčného bodu a majú tvar

$$[-4\pi^2 f^2 h \sin(2\pi ft)m + F_t, -mg - 4\pi^2 f^2 v \sin(2\pi ft + \phi)m + F_n], \quad (15.2)$$

pričom F_n je normálová sila, ktorá je vždy nezáporná a F_t je trecia sila $F_t \leq kF_n$, kde k je koeficient trenia medzi objektom a podložkou. Rozoberme teraz niekoľko prípadov:

$$4\pi^2 f^2 v > g \quad (15.3)$$

Táto podmienka efektívne znamená, že v priebehu pohybu nastáva situácia, keď je normálová sila nulová, teleso teda po podložke skáče. V takom prípade počas doby, po ktorej teleso nie je s podložkou v kontakte, nepôsobí naňho žiadna vodorovná sila. Teleso si preto zachováva vodorovnú rýchlosť, akú malo pri strate kontaktu s podložkou. Na druhej strane podložka sa pohybuje so zrýchlením $4\pi^2 f^2 h \sin(2\pi ft)$, ktoré je okrem singulárnych bodov vždy nenulové, preto nutne príde k posunu medzi podložkou a telesom (znova okrem singulárnych prípadov nulového integrálu

zrýchlenia). Analytické riešenie tohto prípadu je však komplikované, navyše je potrebné doriešiť situáciu, čo sa stane pri dopade telesa na podložku, teda či teleso na podložku dopadne bez odrazu, alebo s odrazom, prípadne aj to, ako dlho dopad trvá.

$$4\pi^2 f^2 v \leq g \quad (15.4)$$

V tomto prípade teleso na podložke nebude poskakovať, lebo normálová sila bude vždy nezáporná. Nemusíme sa preto ďalej zaoberať zvislými silami pôsobiace na teleso (lebo vo zvislom smere sa vždy hýbe spolu s podložkou), stačí riešiť vodorovnú silu. Tu znova nastávajú dve možnosti:

$$o \quad |4\pi^2 f^2 h \sin(2\pi ft)| \leq k(4\pi^2 f^2 v \sin(2\pi ft + \phi) + g) \text{ pre všetky } t \quad (15.5)$$

To efektívne znamená, že v každom okamihu je normálová sila dostatočne veľká, aby z nej vyplývajúca trecia sila zabezpečila, že teleso sa po podložke nebude hýbať vo vodorovnom smere. Preto sa teleso makroskopicky hýbať nebude. Zaujímavá je teda presne opačná situácia, keď

$$o \quad |4\pi^2 f^2 h \sin(2\pi ft)| > k(4\pi^2 f^2 v \sin(2\pi ft + \phi) + g) \text{ pre niektoré } t, \quad (15.6)$$

teda počas niektorých častí pohybu sa bude teleso po podložke šmýkať. Otázne je, či sa bude aj makroskopicky posúvať, teda či sa po jednej perióde pohybu $T = \frac{1}{f}$ teleso vráti

tam, kde začínalo, alebo nie. Aby sme to zistili, musíme zintegrovat' rýchlenie telesa počas jednej periódy. To je však vysoko netriviálna vec, lebo v momente, keď sa teleso začne po podložke šmýkať, bude naňho pôsobiť trecia sila až pokiaľ nezastaví, a to aj v prípade, ak nie je splnená podmienka (15.6). Šmýkanie sa zastaví až vtedy, keď sa rýchlosti podložky a telesa vyrovnajú. Preto je jednoduchšie k riešeniu pristúpiť numericky na základe nasledovnej logiky:

Ak je rýchlosť telesa $2\pi fh \cos(2\pi ft)$, potom jeho zrýchlenie (voči podložke, až na znamienko) je $\text{Max}[|4\pi^2 f^2 h \sin(2\pi ft)| - k(4\pi^2 f^2 v \sin(2\pi ft + \phi) + g), 0]$. V prípade, ak je rýchlosť telesa iná, je zrýchlenie $|4\pi^2 f^2 h \sin(2\pi ft)| - k(4\pi^2 f^2 v \sin(2\pi ft + \phi) + g)$. Dá sa tiež zvážiť zakomponovanie statického a dynamického koeficientu trenia, teda že na rozbeh telesa bude potrebná väčšia sila ako trecia sila, ktorá bude pôsobiť pri jeho pohybe.

Teleso na práčke

Vibrácie odstred'ujúcej práčky najviac pripomínajú kombináciu vodorovných a zvislých vibrácií. Obe sú spôsobené posunom ťažiska bubna naplneného prádlom oproti jeho osi otáčania – to spôsobí, že teleso práčky bude vibrovať s rovnakou frekvenciou, akou sa otáča bubon (pri moderných práčkach typicky okolo 20 Hz), pričom amplitúda vibrácií bude daná posunom ťažiska oproti osi (vyosením), pomerom hmotností bubna a práčky, ako aj stabilitou postavenia práčky a tuhosťou konštrukcie práčky, pri moderných práčkach aj spôsobom uchytenia a tlmenia bubna. Typicky budú vodorovné amplitúdy podstatne väčšie ako zvislé amplitúdy.

Ak predpokladáme $f \approx 20\text{Hz}$, $\phi = 90^\circ$ (ak sú vibrácie vyvolané rotačným pohybom excentrického závažia, fázový posun je vždy o 90° jedným alebo druhým smerom), na splnenie podmienky (15.4) musia byť zvislé vibrácie menšie ako milimeter. To je len pomocou samotného vyváženia prakticky nemožné, preto sa v moderných prackách montujú rôzne tlmiace mechanizmy a zvyšuje sa hmotnosť telesa pracky kusmi betónu a inými závažiami. Napriek tomu skúsenosti hovoria, že voľne položené veci na pracke počas odstred'ovania „chodia“, nevraviac o starších typoch prack Tatramat, ktoré sa dokázali presúvať celé na vzdialenosti niekoľkých metrov.

Kefa na hocičom

Finálna verzia zadania príkladu však nespomína pracku, ale jasne hovorí o kefe. Preskúmame teda rolu, akú by mohla hrať skutočnosť, že sa má posúvať takto špecificky definovaný objekt. Predpokladajme, že sa myslí kefa postavená na svojich štetinách, inak problém nedáva veľký zmysel.

Zamerajme sa na prípad (15.5), teda situácie, keď sa bežné telesá hýbať nebudú. Typickým prípadom sú vertikálne vibrácie $\mathbf{h}=\mathbf{0}$ alebo nie príliš silné horizontálne

vibrácie $\mathbf{v}=\mathbf{0}$ a $h \leq \frac{kg}{4\pi^2 f^2}$. Tu by sa mohlo zdať, že niet dôvodu, aby sa teleso hýbalo,

keď pre nič iné tak preto, celá situácia je stranovo symetrická. To však nemusí byť pravda v prípade, ak existuje nesymetria v telese, v tomto prípade v kefe. Typicky preto, že štetiny nebudú smerovať kolmo na podložku, ale pod nejakým uhlom, resp. že bude existovať preferovaný smer odklonu štetiny od podložky.

Predstavme si situácie, keď ťaháme za sebou napríklad lyžiarsku palicu – ide to bez väčších problémov. Predstavme si teraz, že by sme tú palicu chceli tlačiť pred sebou – to je prakticky nemožné, palica sa zapichne do snehu a vzprieči sa. Podobná situácia nastane aj pri kefe na horizontálne vibrujúcej podložke. Pri posune podložky do jednej strany sa bude kefa jednoducho šmýkať, do druhej strany to už bude podstatne ťažšie.

Fyzikálne modelovať sa táto situácia dá pomocou dvoch rozdielnych koeficientov trenia pre každý smer pohybu. Pri pohybe kefy po podložke napr. doprava bude do rovníc vstupovať $\mathbf{k}_r$, a pri pohybe doľava $\mathbf{k}_l$. Ak bude rozdiel medzi koeficientmi dostatočne veľký, môže sa stať, že kefa bude napríklad prešmykovať vždy iba do jednej strany a tým sa makroskopicky hýbať.

Komplikovanejšia situácia je pri vertikálnych vibráciách, kde budeme potrebovať rôzne naklonené štetiny. Predstavme si kefu položenú na podložke, ktorá má mnoho štetín vyhnutých napríklad doľava a len málo doprava. Keď podložku dvíhame, štetiny budú mať tendenciu sa viac nahnúť, resp. deformovať. Tam, kde je štetín veľa, budú schopné potrebnú silu absorbovať do svojej deformácie bez toho, aby sa hýbali po podložke. Kde ich je menej, deformácia bez pohybu nebude dostatočná a budú sa musieť, hoc proti vysokému koeficientu trenia, pohnúť. Tak sa posunie ťažisko kefy mierne doprava.

Pri pohybe podložke smerom dole sa obe skupiny štetín znova potrebujú dostať bližšie k sebe, lebo tlak na ne je menší. Pre obe skupiny je to ale výhodný smer pohybu, preto sa oba zošuchnú s minimálnym trením, pri zachovaní polohy ťažiska kefy. Celkový posun kefy počas jednej periódy teda bude smerom doprava.

Popísané „heuristické“ riešenia sa však ťažko preklápa do analytickej, ale aj numerickej podoby, nakoľko treba vziať do úvahy komplikované možné deformácie štetín.

16. Vlhké a tmavé

Spracovala Mgr. Eva Paňková

Zadanie úlohy

Oblečenie stmavne alebo zmení farbu, ak sa namočí. Preskúmajte tento jav.

Prečo geometrická optika?

Každý človek má osobnú skúsenosť s týmto javom, s ktorým sa spájajú väčšinou nepríjemné pocity. Či už ide o spomienky na odúčanie sa od plienok, zmočené oblečenie od dažďa, predstava spoteného trička, fláku na košeli. To však patrí do oboru skúmania psychológov. My sa budeme venovať fyzikálnemu opisu javu.

Pretože našim objektom skúmania sú textilie rôznych druhov, ich zmena odtieňa, prípadne farby pri namočení, môžeme tvrdiť, že rozmery vlákien textílie sú v porovnaní s veľkosťou vlnovej dĺžky viditeľného svetla veľké. To nám dovoľuje využívať vlnové vlastnosti svetla a na opis použiť geometrickú optiku.

Vlhká textília sa od suchej líši v množstve kvapaliny do nej pridanej. Kvapalina bude ten prvok, ktorý bude meniť optické vlastnosti. Na jav sa pozrieme z hľadiska lomu, odrazu, rozptylu a polarizácie.

Ako oko vníma farby?

Vnem farby v oku sa vytvára na základe podráždenia svetlo citlivých buniek. Nazývajú sa tyčinky a čapíky. Tyčinky plnia funkciu pri nízkej intenzite svetelného žiarenia, oko nerozoznáva farby, ale iba odtiene sivej. Naproti tomu k podráždeniu čapíkov dochádza pri svetelnom žiarení väčších intenzít, čo spôsobuje výsledný farebný vnem. Čapíky sú trojakého druhu a delia sa podľa vlnovej dĺžky, na ktorú sú citlivé. Jeden druh R(red) je citlivý na vlnovú dĺžku červeného svetla (630-750nm), druhý typ G(green) na vlnovú dĺžku zeleného svetla (510-550nm), tretí typ B(blue) na vlnovú dĺžku modrého svetla (450-480nm). Ak na čapíky R,G,B dopadá svetlo rovnakej intenzity vo všetkých troch farebných zložkách, výsledkom je vnem bielej farby. Ak označíme r, g, b intenzitu svetelného žiarenia danej vlnovej dĺžky, potom vznik ľubovoľnej farby môžeme zapísať ako $(\text{Farba } X) = r \cdot R + g \cdot G + b \cdot B$. Ak je niektorý druh čapíkov podráždený menej, čo je spôsobené nižšou intenzitou farebnej zložky svetla, mozog vnem nevyhodnotí ako bielu, ale ako farebný vnem na základe teórie miešania svetelných farieb. Preto za zmenou odtieňa a farby textílie budeme hľadať zmenu intenzity svetelného žiarenia.

Svetlo ako elektromagnetické vlnenie.

Svetlo je elektromagnetické vlnenie s veľmi krátkou vlnovou dĺžkou s dvoma zložkami, vektorom intenzity elektrického poľa $\mathbf{E}$ a vektorom magnetickej indukcie $\mathbf{B}$. Správanie svetla popisuje diferenciálna rovnica pre intenzitu elektrického poľa

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \quad (16.1)$$

a diferenciálna rovnica pre vektor magnetickej indukcie

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = 0 \quad (16.2)$$

Tieto rovnice sú totožné s rovnicou pre mechanické vlny. Preto pri skúmaní dopadajúceho žiarenia na rozhranie budeme skúmať veličiny podobne ako pri mechanickej vlne. Konkrétne vlnovú dĺžku, amplitúdu intenzity elektrického poľa, frekvenciu zdroja žiarenia.

Charakteristiky svetelného žiarenia(svetla) závisia od vlastností zdroja svetla. Tým môže byť Slnko, žiarovky, žiarivky, LED svetlá atď. Žiarenie emitované zo zdrojov sa bude líšiť zastúpením svetelných zložiek jednotlivých vlnových dĺžok a ich intenzitami. To znamená, že vnem farby danej textílie bude závisieť aj od voľby svetelného zdroja. Zdroj monochromatického svetla (svetlo jednej vlnovej dĺžky) bude v oku vyvolávať vnem inej farby textílie, ako zdroj bieleho svetla. Takže jednou z charakteristík je **vlnová dĺžka** svetelného zdroja.

Rýchlosť svetla vo vákuu je 300 000 km/s. V každom inom prostredí sa svetlo pohybuje pomalšie. Túto vlastnosť opisuje fyzikálna veličina **index lomu n** daného optického prostredia. Index lomu udáva, koľkokrát je rýchlosť svetla v danom prostredí menšia ako rýchlosť svetla vo vákuu $n = \frac{c}{v}$ kde $c=300\,000$ km/s, v je rýchlosť svetla v danom prostredí.

Prečo sa pri odraze na vlhkom rozhraní mení farba?

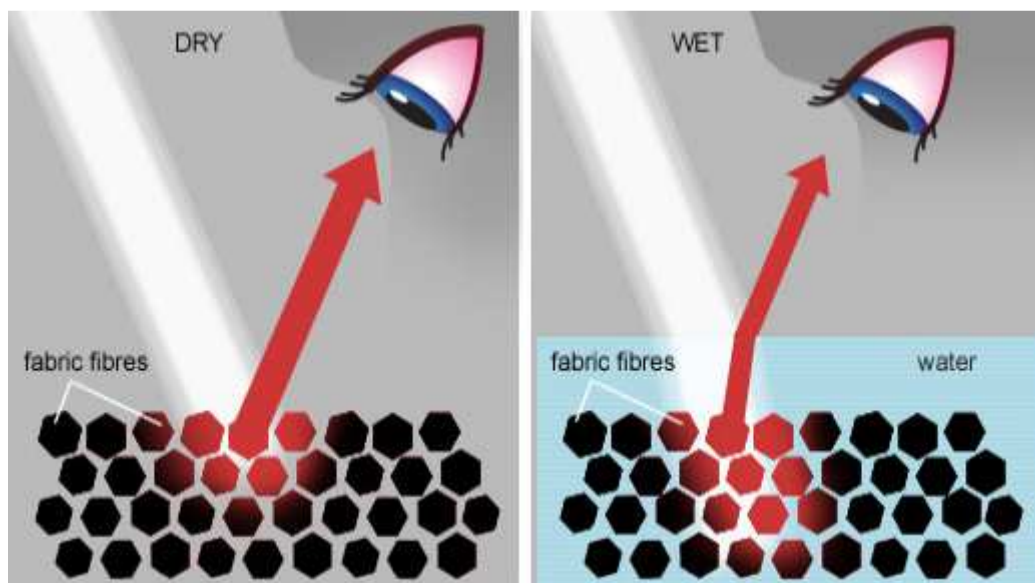
Svetlo dopadajúce na prekážku sa odráža, rozptyľuje a láme. Lom svetelného lúča závisí od vlastností povrchu na ktorom lom nastal. Množstvo kvapaliny, druh kvapaliny, štruktúra textílie, druh textílie, frekvencia zdroja svetla sú faktory, ktoré budú vplývať na lom a odraz svetelného lúča. Vzorky textílií rôznej štruktúry by sme mali študovať v suchom stave, v koncentrovanom stave (kvapkadlom pomaly pridávam po kvapkách do stavu nasýtenia) a v stave presýtenom kvapalinou (nad textíliou je tenká vrstva tekutiny).

Svetelný lúč dopadajúci na povrch textílie sa láme. Uhol lomu bude závisieť od indexu lomu daného prostredia. Ak ide o suchý povrch, svetlo pohybujúce sa vo vzduchu s indexom lomu približne rovnému jednej dopadá na povrch látky s indexom lomu 1,53¹. Lomom a vnútorným odrazom sa absorbuje časť energie svetla.

Ak máme vlhkú textíliu, kvapalina sa dostala do medzier medzi vlákna . To spôsobí, že svetlo dopadajúce na rozhranie sa láme do textílie, v ktorej následne preniká do hlbších vrstiev vzhľadom na podobnosť hodnôt indexov lomu vody a textílie.

Ak máme vzorku presýtenú kvapalinou, sledujeme lom do vrstvy kvapaliny. Intenzita odrazeného svetla by mala byť väčšia ako pri vzorke nasýtenej kvapalinou, pretože

kvapalina má hladký, zrkadlu podobný povrch a index lomu menší ako index lomu textílie.



Čo s úlohou?

Snímanie štruktúry vlákny.

Pomôcky: ProScope mikroskop

Pomocou digitálneho mikroskopu sa dá veľmi ľahkým spôsobom nazrieť do štruktúry textílie. Umožňuje urobiť obrázky, či krátke video. Uľahčí výber vzoriek textílií.

Meranie odrazivosti od povrchu pomocou luxmetra.

Odráživosť je pomer osvetlenia E_o odrazeného svetla k osvetleniu dopadajúceho svetla E_d .

$$\rho = \frac{E_o}{E_d}$$

Veľkosť vektora intenzity elektrického poľa svetla sa znižuje v závislosti od vnútornej štruktúry látky. Prechodom vlnenie cez materiál sa vlna zoslabuje.

Pomôcky: luxmeter, stojan, zdroj rozptýleného svetla.

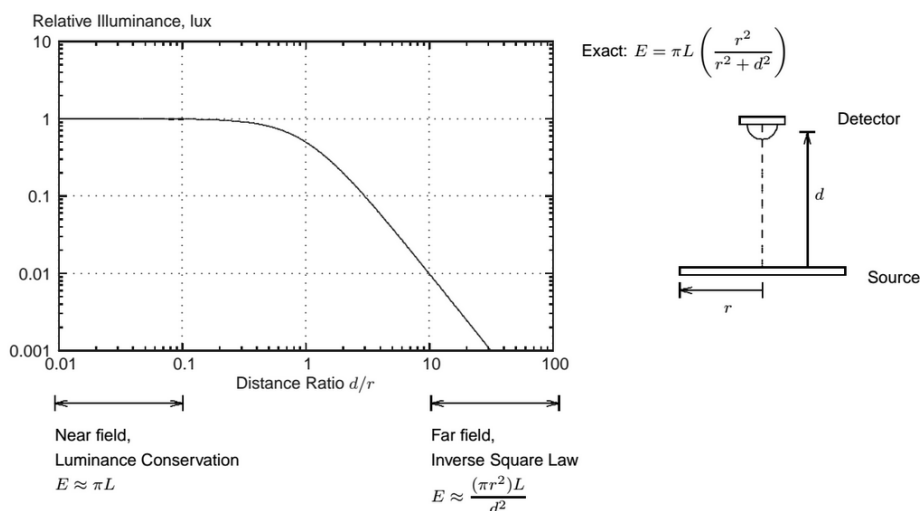
Toto meranie je možné použiť ak máme zdroj rozptýleného svetla, príkladom je nepriame slnečné svetlo pri zamračenom počasí, prípadne bodový zdroj s externou odrazovou plochou.

Meraciu aparatúru postavíme podľa nasledujúceho popisu a obrázku:

Zdroj svetla prichytíme na stojan tak, aby samotný stojan nevrhal tieň na meranú vzorku. Dopadajúce svetlo má rovnomerne osvetľovať



vzorku. Ak je zdroj príliš ďaleko, osvetlenie klesá s druhou mocninou vzdialenosti od skúmanej vzorky. Preto je potrebné nastaviť primeranú vzdialenosť vzorky od svetla. Luxmeter (detektor) nastavíme v kolmom smere na vzorku. Ak sme s luxmetrom príliš blízko, vrhnutý tieň spôsobí nepresnosti v meraniach. Mali by sme nastaviť výšku tak, že detektor vkladáme do tzv. blízkeho poľa. Nájdeime vhodný dĺžkový interval v kolmom smere na vzorku, v ktorom sa namerané hodnoty osvetlenia pri vzdialovaní od vzorky nemenia.



Obr. 16. 2: Peter D. Hiscocks, *Measuring Reflectance*

Na kalibráciu presnosti merania sa odporúča použiť fotografickú kalibračnú sivú kartu, ktorej odrazivosť je presne 0,181.



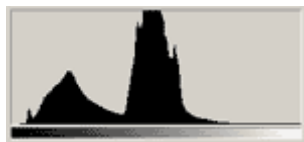
Obr. 16. 3: Sivá kalibračná karta, <http://www.fotoroman.cz/>

Meranie odrazivosti od povrchu pomocou digitálneho fotoaparátu.

Toto meranie je založené na porovnávaní histogramov jednotlivých fotografií vzoriek.

Pomôcky: Digitálny fotoaparát

Ak máme 6 megapixelový fotoaparát, každý bod (pixel) uchováva informáciu o svojej farbe. Farba je daná tromi číslami R(red), G(green), B (blue), každá z intervalu hodnôt (0,255). Histogram je graf ktorý znázorňuje koľko pixelov má čierny odtieň, koľko má sivý odtieň, koľko pixelov má biely odtieň. Farebné pixely prepočítava na čierno-bielu škálu, alebo sa dajú využiť aj histogramy farebnej škály.



Obr. 16. 4: Histogram, fotoroman.cz

Množstvo svetla odrazeného od povrchu je možné vypočítať využitím polarizácie.

Pri odraze svetla od povrchu dochádza k polarizácii. Ak je dopadajúce svetlo polarizované v rovine dopadu, k žiadnemu odrazu svetla nedôjde.

Ak necháme **svetelný lúč dopadať kolmo** na rozhranie a svetlo je lineárne polarizované v smere kolmom na rovinu papiera, odrazený aj lomený lúč bude polarizovaný. Ak si označíme amplitúdu odrazeného svetla a , tak pre ňu platí vzťah $a^2 = \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2}$, kde n je index lomu prostredia. Rovnaký vzťah platí pre druhú mocninu amplitúdy odrazeného svetla pri dopade svetelného lúča lineárne polarizovaného v rovine papiera.

Podľa daného vzorca sa dá vypočítať, že pri kolmom dopade svetelného lúča na rozhranie s vodou sa od povrchu odrazí približne 2% svetla. (index lomu vody je $n=4/3$)

Má roztok sacharózy vplyv na zmenu intenzity odrazeného svetla?

Sacharóza je opticky aktívna látka, stáča rovinu polarizácie. Preskúmaj, či rôzna koncentrácia sacharózy v textílii spôsobí zmenu intenzity odrazeného lúča v porovnaní s rovnakou textíliou namočením do vody.

Použitá literatúra

[1] Lekner, Dorf, 1988, Applied Optics, Why some things are darker when wet

17. Šálka kávy

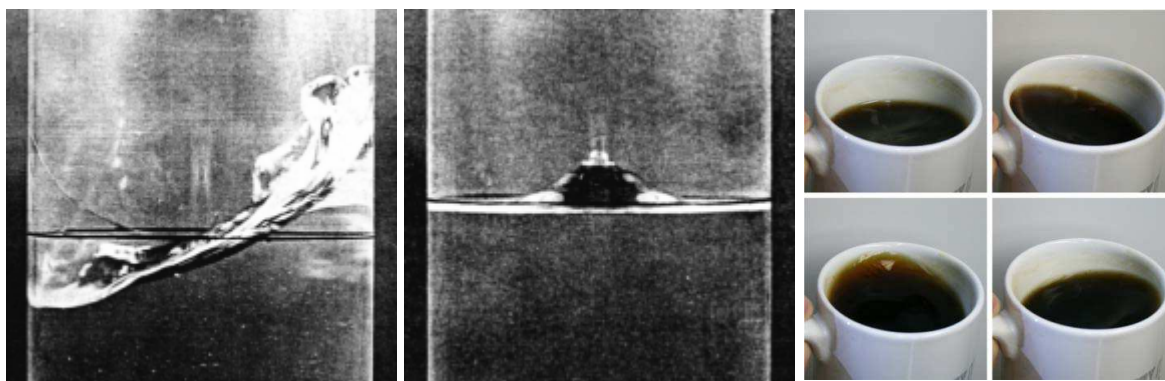
Spracovala Mgr. Lucia Mišianiková

Zadanie úlohy

Fyzici radi pijú kávu, ale chodenie v laboratóriu so šálkou kávy môže byť problematické. Preskúmajte, ako tvar šálky, rýchlosť chôdze a ďalšie parametre ovplyvňujú pravdepodobnosť rozliatia kávy pri chôdzi

Definícia základného problému

Študovaný problém predstavuje súhrn medzi pohybom pohára vzhľadom k biomechanike ľudského tela počas chôdze a kvapalinou nízkej viskozity v pohári.



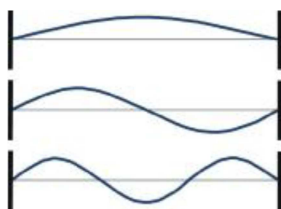
Obr.17. 1: špliechanie kávy. Oscilácie hladiny kvapaliny vo vodorovnom (vľavo), zvislom (v strede) smere a rotácia v smere hodinových ručičiek (vpravo)

K prevedeniu experimentov a meraní nahradíme kávu inou kvapalinou – vodou, ktorej viskozita a povrchové napätie sú porovnateľné. Počas chôdze dochádza k rozkmitávaniu hladiny kvapaliny vo vodorovnom aj zvislom smere a tiež k jej rotácii vzniknutej miernou rotáciou zápästia počas chôdze, kedy vznikajú víry. Frekvencia kmitania šálky (vody) je porovnateľná s frekvenciou krokov.

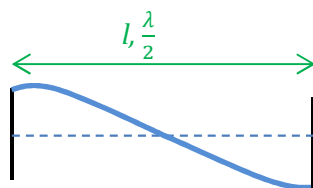
V šálke dochádza k stojatému vlneniu.

Stojaté vlnenie

Ide o interferenciu dvoch vlnení s rovnakou amplitúdou výchylky a frekvenciou, ktoré postupujú navzájom opačným smerom. V niektorých bodoch sa vlnenia stretávajú s rovnakou fázou – taký bod potom kmitá harmonicky a s dvojnásobnou amplitúdou. V bodoch, kde sa vlnenia stretávajú s opačnou fázou, je výsledná amplitúda nulová, tzv. uzol. Ostatné body kmitajú tiež harmonicky, ale amplitúda výchylky je menšia než amplitúda kmitne.



Obr.17. 2: Stojaté vlnenie medzi dvoma uzavretými koncami



Obr.17. 3: Stojaté vlnenie v šálke vyšplechujúcej kvapalinu

V momente vylievania sa kávy zo šálky je kmitňa práve pri okraji šálky a uzol v jej strede. Označme priemer šálky l .

Ak krajný bod priemeru šálky je kmitňa (obr. 17. 3), potom vlnová dĺžka vzniknutého stojatého vlnenia môže nadobúdať hodnoty: $\lambda = 2l, \dots, 2n.l$ kde n je prirodzené číslo.

Zvyčajne sa zaujímate viac o frekvencie, s ktorými struny kmitajú, teda o frekvencie príslušných stojatých vlnení. Ak využijeme vzťah $f = \frac{v}{\lambda}$ zistíme, že v kmitajúcej šálke s priemerom l môžu vzniknúť stojaté vlnenia s frekvenciami

$$f_n = \frac{nv}{2nl} \quad (17.1)$$

Stojaté vlnenie zvyčajne nastáva v prípade, že sa vlna odráža a vracia späť k svojmu zdroju, pričom vzdialenosť medzi zdrojom a bodom odrazu je násobkom vlnovej dĺžky. V prípade, že sa vlnenie odráža aj od zdroja, vlnenie zostáva medzi miestami odrazu aj po vypnutí zdroja, až kým sa nerozptýli kvôli nedokonalým odrazom späť – rezonátor. Voda sa správa ako rezonátor.

Počas chôdze vynucujeme kmity istých frekvencií. Ak sú v zhode, alebo násobkoch vlastnej frekvencie, spôsobujú rezonanciu a „špliechanie“ kávy.

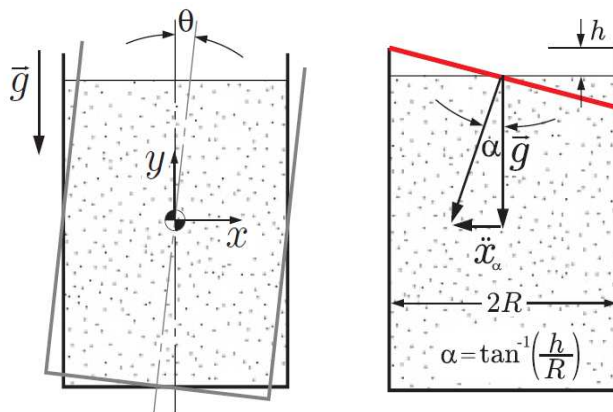
Experiment

Počas chôdze dochádza k rozkmitávaniu kvapaliny vo vodorovnom aj zvislom smere, kedy šálka kmitá okolo rovnovážnej polohy o uhol θ (obr. 17. 4 vľavo).

Označme h výšku, o ktorú sa zdvihne hladina kvapaliny v šálke pri rozkmitávaní, aby došlo k jej rozliatiu. Nech $\ddot{x}_\alpha$ je zrýchlenie (obr. 17. 4 vpravo), kedy sa hladina kvapaliny vychýli o uhol α , minimálny pre rozliatie kvapaliny. Potom platí

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{h}{R} \right) \quad (17.2)$$

So zvyšujúcim sa zrýchlením chôdze sa čas potrebný k rozliatiu vody znižuje.



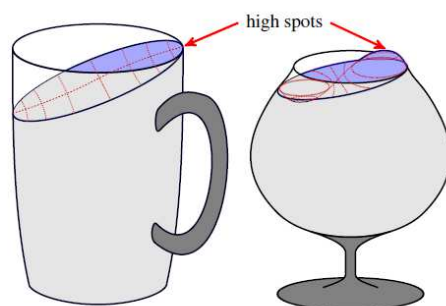
Obr. 17. 4: Kmitanie kvapaliny v šálke okolo rovnovážnej polohy (vľavo) a veľkosť uhla potrebného k rozliatiu kvapaliny pri istom zrýchlení (vpravo)

Dôvod rozliatia

Kvapalina sa rozlieva kvôli vysokej hladine pri kraji pohára.

Maximálna výška kvapaliny oscilujúca pri najnižšej frekvencii typického hrnčeka sa nachádza na hranici, čím je jej rozliatie ešte jednoduchšie (Kulczycki and Kwaśnicki)

Pre pohár cibulového tvaru platí, že najnižšia frekvencia špliechania dosahuje maximálnu výšku v jeho strede



Obr. 17. 5: Hladina kvapaliny v klasickom pohári a pohári cibulového tvaru

Čo s úlohou?

- Rozkmitávať šálku zvlášť vo zvislom a zvlášť vo vodorovnom smere – skúmať veličiny ako sú poloha, rýchlosť a zrýchlenie – videoanalýza pohybu a kmitania kvapaliny v nej pri rôznych rýchlostiach a zrýchleniach chôdze, odporúčané spracovanie v programe Coach
- Rozkmitať spolu (formou chôdze) – preskúmať, ako sa správa hladina kvapaliny pri rôznych zrýchleniach
- Vymyslieť spôsob mechanického rozkmitávania
- Preskúmať dôsledok rotácie kvapaliny – ide o vplyv pohybu ramena, či zápästia?
- Meniť nádoby rôznych tvarov – klasický hrnček, cibulový tvar, hranatý,...bude sa správať inak?

Použitá literatúra

- [1] Grulkowski, I., Kwiek, P., Experimental study of light diffraction by standing ultrasonic wave with cylindrical symmetry, Institute of Experimental Physics, University of Gdansk, ul. Wita Stwosza 57, 80-952 Gdansk, Poland, 2006
- [2] Kulczycki, T., Kwaśnicki, M., Siudejaspilling, B., From a Cognac Glass, 2013
- [3] http://www.goldastro.com/goldfocus/diffraction_theory.php
- [4] <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/phyopt/diflim.html#c1>